

LİMİT VE SÜREKLİLİK



Bir Değişkenin Bir Reel Sayıya Yakınsaması

x gibi bir değişken, bir a reel sayısının çok yakınında değerler alıyorsa x değişkeni a reel sayısına yakınıyor denir ve $x \rightarrow a$ ile gösterilir.

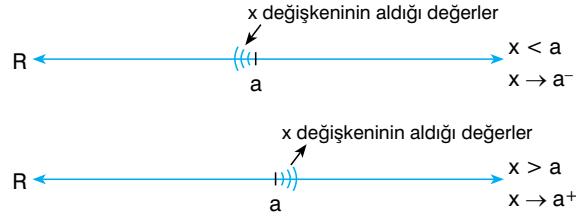
Örneğin;

x	2,9	2,99	2,999	2,9999	3,0000001	3,000001	3,00001	3,0001
-----	-----	------	-------	--------	-----------	----------	---------	--------

Yukarıdaki tabloda x değişkeninin aldığı değerlerin 3 etrafında ve 3 e çok yakın değerler olduğu görülüyor. Bu nedenle x değişkeni 3 e yakınıyor denir ve $x \rightarrow 3$ ile gösterilir.

Bir a reel sayısına soldan yaklaşma; değişkenin a reel sayısından küçük ama a ya çok yakın değerler aldığı anlamındadır ve $x \rightarrow a^-$ ile gösterilir.

Bir a reel sayısına sağdan yaklaşma; değişkenin a reel sayısından büyük ama a ya çok yakın değerler aldığı anlamındadır ve $x \rightarrow a^+$ ile gösterilir.



kavrama sorusu

x	-2,00001	-2,0001	-1,99999	-1,9999	-1,999
-----	----------	---------	----------	---------	--------

Yukarıdaki tabloya göre, x hangi reel sayıya yakınsar bulunuz?

çözüm

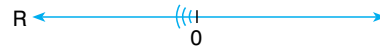
Tabloda x in aldığı değerlerin -2 sayısı etrafında olduğu görülüyor. x değişkeni -2 reel sayısına yakınsar.

Cevap: $x \rightarrow -2$

kavrama sorusu

$x \rightarrow 0^-$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlere örnek veriniz.

çözüm



Sıfıra soldan yaklaşıldığında $x < 0$ olmalıdır.

$-0,00001$ sıfıra çok yakın ama sıfırdan küçük bir sayı olduğundan x değişkeni bu değeri alabilir.

Cevap: $-0,00001$

kavrama sorusu

$x \rightarrow 5^+$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlere örnek veriniz.

çözüm



5 e sağdan yaklaşıldığında $x > 5$ olmalıdır.

5,00001 sayısı 5 e çok yakın ama 5 ten büyük bir sayı olduğundan x değişkeni bu değeri alabilir.

Cevap: 5,00001



soru 1

x	4,999	4,9999	4,99999	5,0001	5,001
---	-------	--------	---------	--------	-------

Yukarıdaki x in değer tablosuna göre, **x** aşağıdaki sayılardan hangisine yakınsar?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 2

y	-3,99999	-3,9999	-3,999	-3,99	-3,9
---	----------	---------	--------	-------	------

Yukarıdaki y nin değer tablosuna göre, **y** aşağıdaki sayılardan hangisine yakınsar?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

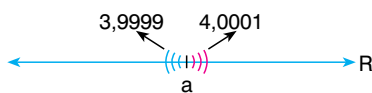
soru 3

x	6,0000001	6,000001	6,00001	6,0001
---	-----------	----------	---------	--------

Yukarıdaki x in değer tablosuna göre, **x** aşağıdaki sayılardan hangisine yakınsar?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

soru 4



Yukarıdaki sayı doğrusunda verilenlere göre, **a** tamsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$x \rightarrow 2^+$ olduğuna göre, **x** değişkenin aldığı değerlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1,99999 B) 1,9990 C) 1,9900 D) 2,00001 E) 3

soru 6

$x \rightarrow 1^-$ olduğuna göre, **x** değişkenin aldığı değerlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2 B) 1,00001 C) 1,0001 D) 1,001 E) 0,9999

soru 7

$x \rightarrow -2^+$ olduğuna göre, **x** değişkenin aldığı değerlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -1,9999 B) -2,00001 C) -2,0001 D) -2,001 E) -2,01

soru 8

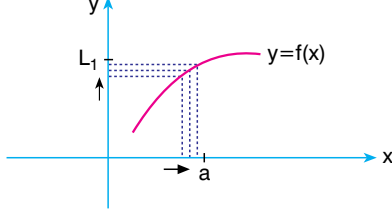
$x \rightarrow -5^-$ olduğuna göre, **x** değişkenin aldığı değerlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -6 B) -5,00001 C) -4,99999 D) -4,9999 E) -4,999



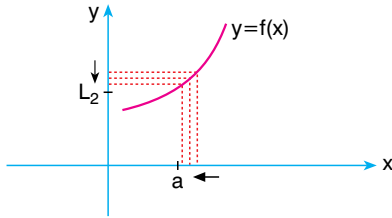
Soldan ve Sağdan Limit:

x değerleri a dan küçük değerlerle artarak (soldan) a ya yaklaşırken, $f(x)$ değerleride bir L_1 sayısına yaklaşıyorsa; L_1 reel sayısına f fonksiyonunun a noktasındaki soldan limiti denir ve $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ biçiminde gösterilir.



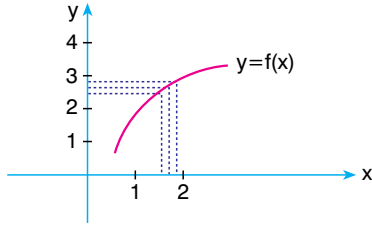
Yandaki grafikte görüldüğü gibi x değişkeni a reel sayısına soldan yaklaşırken $f(x)$ değerleri L_1 sayısının etrafında yer aldığından $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ dir.

x değerleri a dan büyük değerlerle azalarak (sağdan) a ya yaklaşırken, $f(x)$ değerleride L_2 sayısına yaklaşıyorsa; L_2 reel sayısına f fonksiyonunun a noktasındaki sağdan limiti denir ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ ile gösterilir.



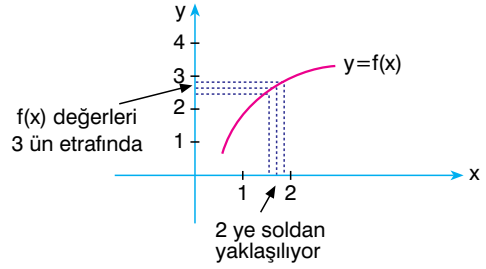
Yandaki grafikte görüldüğü gibi x değişkeni a reel sayısına sağdan yaklaşırken $f(x)$ değerleri L_2 sayısının etrafında yer aldığından $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ dir.

kavrama sorusu



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ limitinin değerini bulunuz.

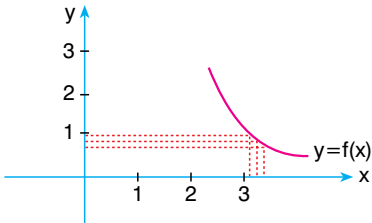
çözüm



Grafikte görüldüğü gibi, x değerleri artarak 2 ye yaklaşırken $f(x)$ değerleri 3 ün etrafında yer aldığından, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ tür.

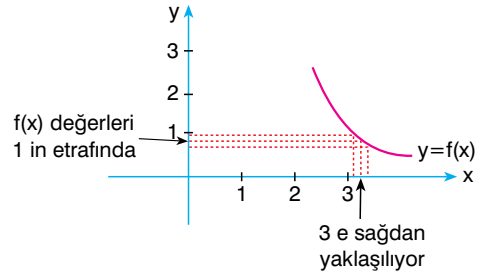
Cevap: 3

kavrama sorusu



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

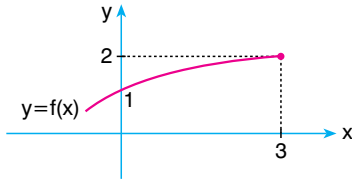


Grafikte görüldüğü gibi, x değerleri azalarak 3 e yaklaşırken $f(x)$ değerleri 1 in etrafında yer aldığından, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$ dir.

Cevap: 1



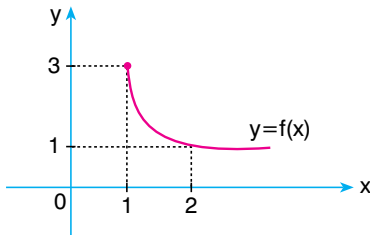
soru 1



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

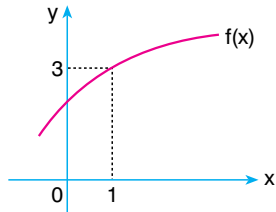
soru 2



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

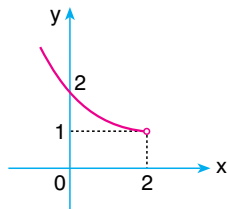
soru 3



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

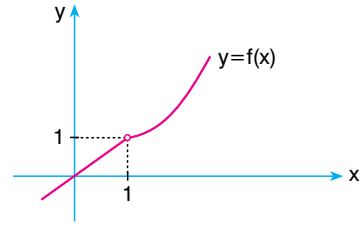
soru 4



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

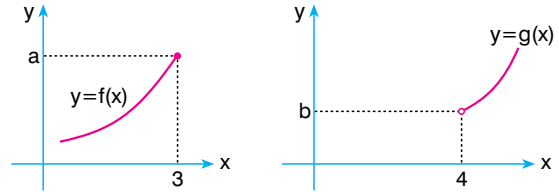
soru 5



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = b$ olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

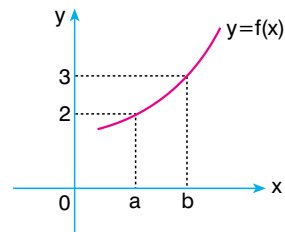
soru 6



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = 3$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

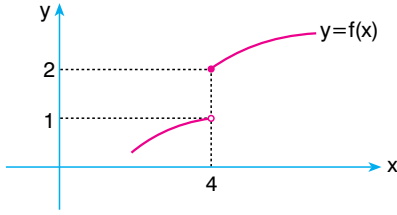


Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = 3$ olduğuna göre, $a - b$ farkının sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3



kavrama sorusu

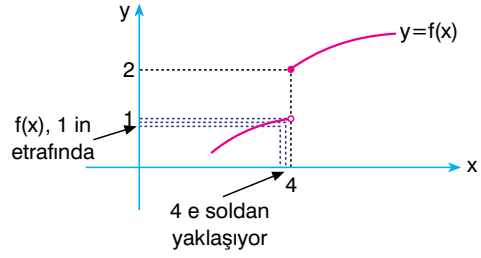


Yukarıda grafiği verilen $y=f(x)$ parçalı fonksiyonunda $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

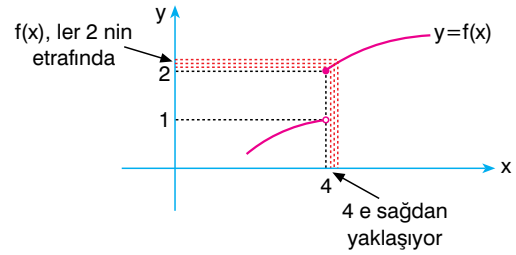
(4^- , 4 ten küçük ama 4 e çok yakın bir değer)

(4^+ , 4 ten büyük ama 4 e çok yakın bir değer)

çözüm



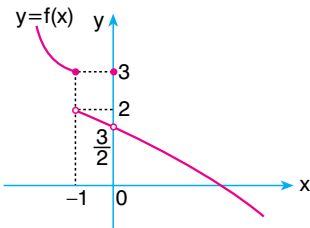
Grafikte görüldüğü gibi, x değerleri artarak 4 e yaklaşırsa $f(x)$ değerleri 1 in etrafında yer aldığından, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1$ dir.



Grafikte görüldüğü gibi, x değerleri azalarak 4 e yaklaşırsa $f(x)$ değerleri 2 in etrafında yer aldığından, $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$ dir.

Cevap: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1$ ve $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$

kavrama sorusu



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, limitlerini araştırınız.

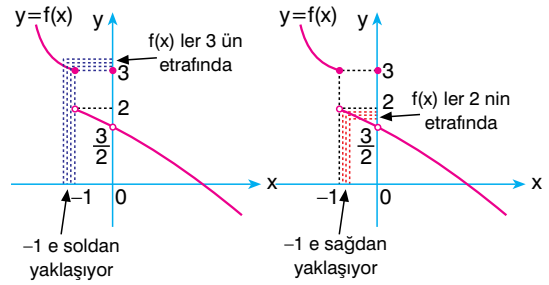
(1^- , 1 den küçük ama 1 e çok yakın bir değer)

(1^+ , 1 den büyük ama 1 e çok yakın bir değer)

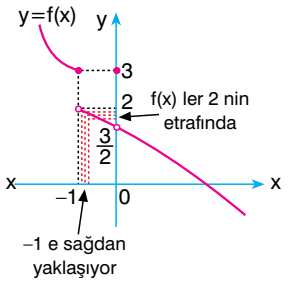
(0^- , 0 dan küçük ama 0 a çok yakın bir değer)

(0^+ , 0 dan büyük ama 0 a çok yakın bir değer)

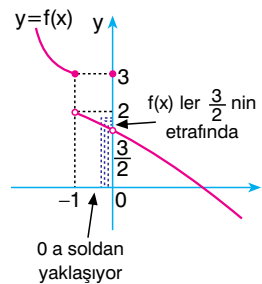
çözüm



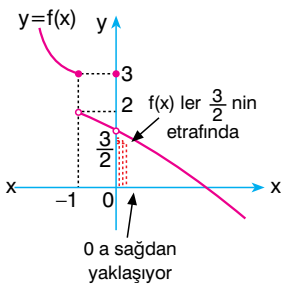
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 3$$



$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$$



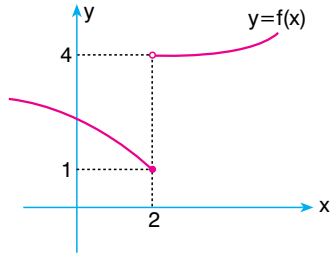
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{3}{2}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{3}{2}$$



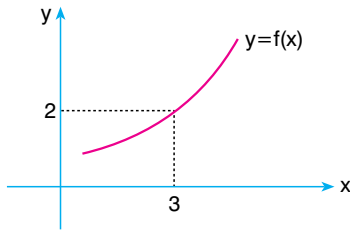
soru 1



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

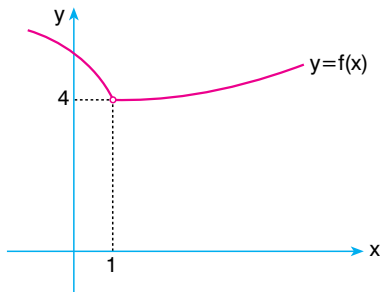
soru 2



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

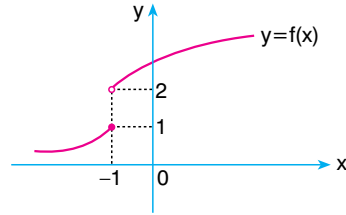
soru 3



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ farkı kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

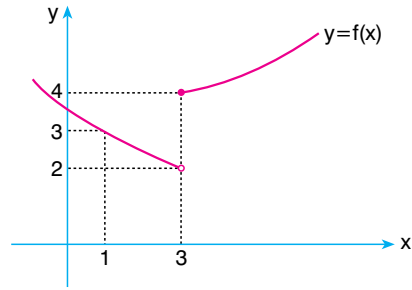
soru 4



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 5



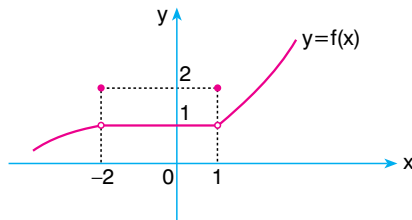
Yukarıda verilen grafiğe göre,

- I) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ II) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$
III) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$ IV) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I, II, III, IV B) Yalnız I, II, III C) Yalnız I ve II
D) Yalnız I ve II E) Yalnız III ve IV

soru 6



Yukarıda verilen grafiğe göre,

- I) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 2$ II) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1$
III) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$ IV) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

ifadelerinden hangisi veya hangileri yanlıştır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve IV
D) II ve III E) III ve IV



Bir $f(x)$ fonksiyonunun $x \rightarrow a$ için soldan ve sağdan limitleri birbirine eşit ise $f(x)$ in a noktasında limiti vardır. Yani,

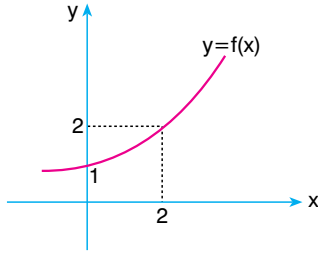
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2 \text{ ve } L_1 = L_2 = L \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ dir.}$$

Eğer $L_1 \neq L_2$ ise yani sağdan ve soldan limit değerleri farklı ise $f(x)$ in $x \rightarrow a$ için limiti yoktur.

	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = c$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ $f(a) = c$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c \text{ olduğundan,}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \text{ dir.}$
	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = c$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ $f(a) = b$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c \text{ olduğundan,}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \text{ dir.}$ <p>Uyarı: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ olmasına rağmen $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ dir.</p>
	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = c$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ $f(a) \text{ tanımsız}$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c \text{ olduğundan,}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \text{ dir.}$ <p>Uyarı: $x=a$ için $f(x)$ in tanımsız olması $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ olmasına etki etmez.</p>
	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ $f(a) = c$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ olduğundan,}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ değeri yoktur.}$
	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ $f(a) = d$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ olduğundan,}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ değeri yoktur.}$



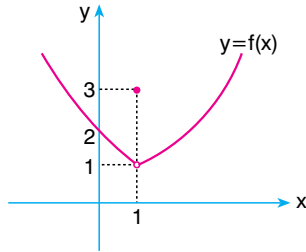
soru 1



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

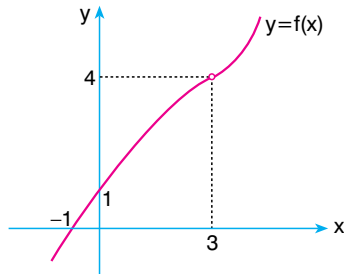
soru 2



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

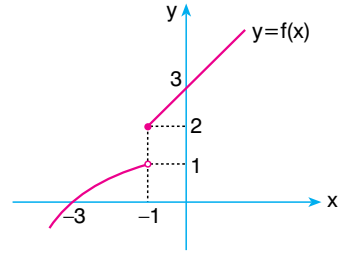
soru 3



Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

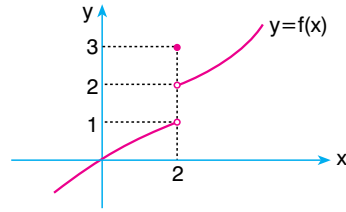
soru 4



Yukarıda verilen grafiğe göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- I) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$ II) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$
 III) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ yoktur IV) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I, II ve III E) III ve IV

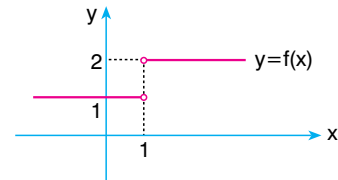
soru 5



Yukarıda verilen grafiğe göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi veya hangileri yanlıştır?

- I) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ II) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$
 III) $f(2) = 3$ IV) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) Yalnız IV E) I ve IV

soru 6

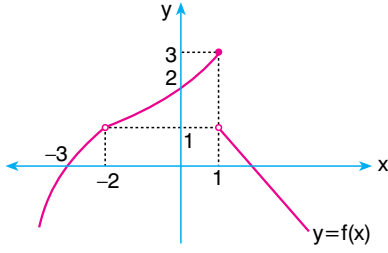


Yukarıda verilen grafiğe göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi veya hangileri yanlıştır?

- I) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$ II) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$
 III) $f(1)$ tanımsızdır. IV) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) II ve III E) I ve IV

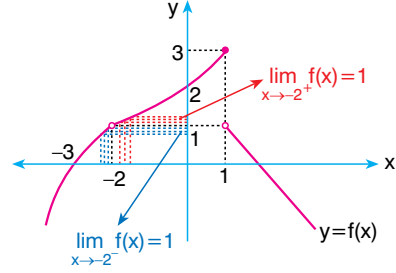


kavrama sorusu

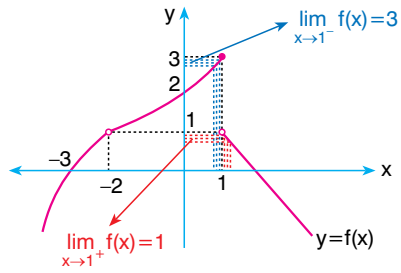


Yukarıda verilen grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ değerlerini bulunuz.

çözüm



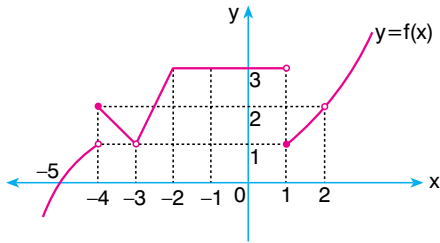
$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

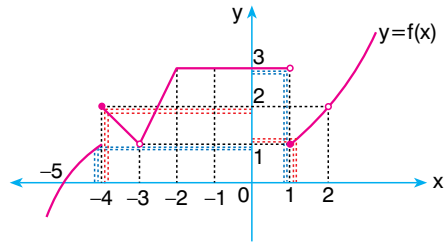
Cevap: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yok

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun x in -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 değerleri için limitlerini araştırınız.

çözüm



Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi $x=-4$ ve $x=1$ noktalarında fonksiyon (sıçrama yaptığı için) sağdan ve soldan limitleri farklı dolayısıyla bu noktalarda limitleri yoktur.

$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ yoktur.

$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ yoktur.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ yoktur.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

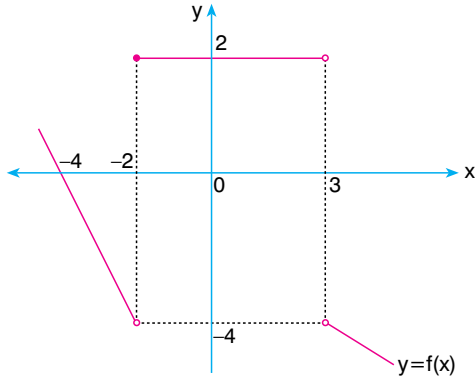
olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ yoktur.



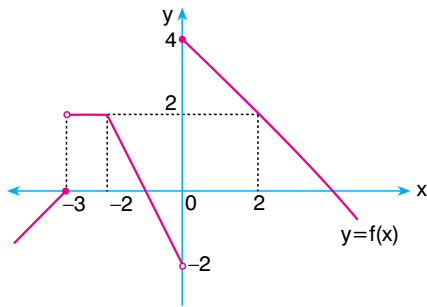
soru 1



Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, **aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?**

- I) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -4$ II) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$
 III) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -4$ IV) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$
 V) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ yoktur VI) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

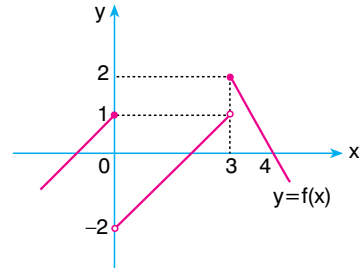
soru 2



Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, **aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

- A) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 0$ B) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$
 C) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2$ D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$
 E) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

soru 3

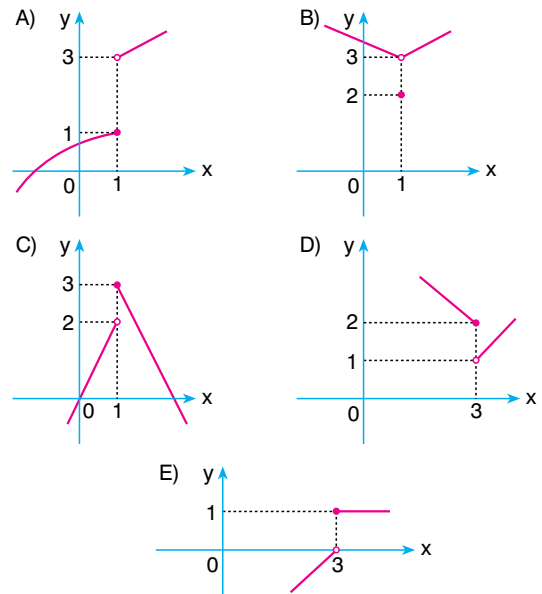


Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

- A) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2$ B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$
 C) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$ D) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$
 E) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 0$

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ olduğuna göre, **f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?**





Polinom Fonksiyonların Limitleri

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ şeklindeki fonksiyonlara polinom fonksiyon denir ve bütün reel sayılar için tanımlıdır. Yani, bu biçimdeki fonksiyonları tanımsız yapan değerler yoktur ve grafikleri kesintisiz bir eğri şeklindedir.

Grafikleri kesintisiz olduğundan dolayı bu fonksiyonlarda herhangi bir noktada limit alınırken sağdan ve soldan limite bakmaya gerek yoktur. Sadece fonksiyonun o noktadaki değerinin bulunması yeterlidir. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ dır.

kavrama sorusu

$f(x) = 3x + 1$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ in sonucunu bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 1) = 3 \cdot 1 + 1 = 4$$

Cevap: 4

kavrama sorusu

$f(x) = x^2 - x - 6$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ in sonucunu bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - x - 6) = 4^2 - 4 - 6 = 6$$

Cevap: 6

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 1)$ limitinin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 1) = (-1)^3 - 1 = -2$$

Cevap: -2

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow a} (2x - 1) = 7$ olduğuna göre, a kaçtır bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$$\lim_{x \rightarrow a} (2x - 1) = 2a - 1 = 7 \Rightarrow a = 4$$

Cevap: 4



soru 1

$f(x)=5x$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 7)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

soru 6

$\lim_{x \rightarrow -2} (-x^3 - x - 10)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

soru 7

$\lim_{x \rightarrow a} (5x + 1) = 21$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 4

$\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 - x + 1)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - a) = 4$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



$\frac{f(x)}{g(x)}$, $\sqrt{h(x)}$, $\log k(x)$ biçimindeki kesirli, köklü ve logaritmik fonksiyonların tanımlı olduğu yerler sırasıyla $g(x) \neq 0$, $h(x) \geq 0$ ve $k(x) > 0$ şartını sağlayan aralıklardır. Bu aralıklardaki a reel sayıları için limit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)}$, $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{h(x)} = \sqrt{h(a)}$ ve $\lim_{x \rightarrow a} \log k(x) = \log k(a)$ biçiminde hesaplanır. Bu aralıklar dışında fonksiyonların tanımsız olduğu yerlerde ise sağdan ve soldan limit incelemesi yapılmalıdır. İlerleyen bölümlerde bu noktadaki limitler ayrıca incelenecektir.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x=1$ için $x+1 \neq 0$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ dır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$$

Cevap: $\frac{3}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{12-x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x=3$ için $12-x \geq 0$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ dır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{12-x} = \sqrt{12-3} = \sqrt{9} = 3$$

Cevap: 3

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 3} \log(x^2 + 1)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x=3$ için $x^2 + 1 > 0$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ dır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \log(x^2 + 1) = \log(3^2 + 1) = \log 10 = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2} = \frac{2+1}{2-2} = \frac{3}{0}$$

tanımsız bir ifade ile karşılaştığımızdan $x \rightarrow 2$ için sağdan ve soldan limite bakılmalıdır.



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2+1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+16}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x+3}{2x-1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 1} \log_3 (7x+2)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

$\lim_{x \rightarrow e} \ln(x^3)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x+1}{x-7}$ limitinin reel sayı olmaması için a reel sayısı a-
şağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

soru 8

$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{7-x}$ limitinin reel sayı olmaması için a reel sayısı
aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8



Parçalı Fonksiyonların Limitleri

$$f(x) = \begin{cases} g(x) , & x < a \\ h(x) , & x \geq a \end{cases}$$

biçimindeki parçalı fonksiyonlarda fonksiyonun kritik noktası $x=a$ dır. Parçalı fonksiyonların grafikleri incelendiğinde kritik noktalarında kesintiler (sıçramalar) olabildiği görülür. Bundan dolayı kritik noktalarda sağdan ve soldan limit incelemesi yapılması gerekir.

Kritik nokta dışındaki limit incelemelerinde ise uygun olan fonksiyon seçilerek ($g(x)$ veya $h(x)$) limit alınmaya çalışılır.

Not: Parçalı fonksiyonlarda limit incelemesi yapmak için grafik çizilmesi şart değildir.

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x+2 , & x \geq 1 \\ x-1 , & x < 1 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ifadesini inceleyiniz.

çözüm

$x \rightarrow 1^+$ da $x > 1$ olduğundan uygun fonksiyon $x+2$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+2) = 1+2 = 3$$

$x \rightarrow 1^-$ da $x < 1$ olduğundan uygun fonksiyon $x-1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 1-1 = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olduğundan, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

Cevap: limit yoktur.

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 , & x \geq 2 \\ x+3 , & x < 2 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ifadesini inceleyiniz.

çözüm

$x \rightarrow 2^+$ da $x > 2$ olduğundan uygun fonksiyon $3x-1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (3x-1) = 3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$x \rightarrow 2^-$ da $x < 2$ olduğundan uygun fonksiyon $x+3$ dür.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x+3) = 2+3 = 5$$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$ olduğundan, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$

Cevap: 5

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 , & x > 0 \\ 4 , & x = 0 \\ 2x-1 , & x < 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ limitlerini inceleyiniz.

çözüm

$x=0$ kritik nokta olduğundan $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ için sağdan ve soldan limit incelemesi yapmak gerekir.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 0^2 + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x - 1) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ olduğundan, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ yoktur.

$x=2$ kritik nokta olmadığından, ($2 > 0$ olduğundan)

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 2^2 + 1 = 5$$

$x=-1$ kritik nokta olmadığından, ($-1 < 0$ olduğundan)

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x - 1) = 2(-1) - 1 = -3$$



soru 1

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & x > 1 \\ 5x+1, & x \leq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 2

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq -1 \\ x^2, & x < -1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) limityoktur B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

soru 3

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x > 1 \\ 5, & x=1 \\ x+3, & x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) limityoktur

soru 4

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5, & x > -2 \\ x^2, & x \leq -2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) limityoktur

soru 5

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 1 \\ x^2-4, & x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 6 E) limit yoktur

soru 6

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 2 \\ 3x-1, & x \leq 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

soru 7

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3, & x \geq 2 \\ x+1, & x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

soru 8

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 0 \\ 1-x, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & x \geq 1 \\ 3x, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 17$ olduğuna göre, **a kaçtır, bulunuz.**

çözüm

$2 \geq 1$ olduğundan,

$x \rightarrow 2$ için uygun fonksiyon $f(x) = ax+1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (ax+1) = 2a+1 = 17 \Rightarrow a=8$$

Cevap: 8

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x^3-1, & x > -1 \\ bx, & x \leq -1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 9$ olduğuna göre, **b kaçtır, bulunuz.**

çözüm

$-3 \leq -1$ olduğundan,

$x \rightarrow -3$ için uygun fonksiyon $f(x) = bx$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (bx) = -3b = 9 \Rightarrow b = -3$$

Cevap: -3

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x \geq 3 \\ bx+4, & x < 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$ olduğuna göre, **$2a+b$ toplamı kaçtır, bulunuz.**

çözüm

$x \rightarrow 3^+$ için uygun fonksiyon $2x+a$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x+a) = 2.3+a = 10 \Rightarrow a=4$$

$x \rightarrow 3^-$ için uygun fonksiyon $bx+4$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (bx+4) = b.3+4 = 10 \Rightarrow b=2$$

$$2a+b = 2.4+2 = 10$$

Cevap: 10

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x+a, & x > -2 \\ 1, & x = -2 \\ -x-a, & x < -2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ limiti olmadığına göre, **a hangi değeri alamaz, bulunuz.**

çözüm

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ limitinin olmaması için $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ olmalıdır.

$x \rightarrow -2^+$ için uygun fonksiyon $x+a$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x+a) = -2+a$$

$x \rightarrow -2^-$ için uygun fonksiyon $-x-a$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-x-a) = 2-a$$

$$-2+a = 2-a \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

olması durumunda limitin sonucu olurdu. Bundan dolayı $a \neq 2$ olmalı.

Cevap: $a \neq 2$



soru 1

$$f(x) = \begin{cases} mx-1, & x \geq 2 \\ 3x+1, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 14$ olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

$$f(x) = \begin{cases} x^2+x, & x > 3 \\ x^2-n, & x \leq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ olduğuna göre, **n kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 3

$$f(x) = \begin{cases} mx, & x > 1 \\ 2, & x = 1 \\ nx, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -2$ olduğuna göre, **m+n toplamı kaçtır?**

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

soru 4

$$f(x) = \begin{cases} (m+n)x, & x > 0 \\ (m-n)x, & x \leq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 7$ ve $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$ olduğuna göre, **m.n çarpımı kaçtır?**

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

soru 5

$$f(x) = \begin{cases} 2m+x, & x \geq 4 \\ 3x, & x < 4 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 12$ olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

$$f(x) = \begin{cases} 3x+b, & x \geq 2 \\ ax+a-2, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ olduğuna göre, **2b-a limitinin değeri kaçtır?**

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

soru 7

$$f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2ax+b, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$ olduğuna göre, **b kaçtır?**

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 8

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & x \geq -1 \\ ax+4, & x < -1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ limiti olmadığına göre, **a aşağıdakilerden hangisi olamaz?**

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



Mutlak Değerli Fonksiyonların Limitleri

Mutlak değerli fonksiyonların kritik noktası ifadeyi 0 yapan değerlerdir. Kritik noktalarda limit araştırılırken sağdan ve soldan limit incelemesi yapılmalıdır. Kritik olmayan noktalarda ise limit değeri fonksiyonu o noktadaki değerdir. Yani $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |f(a)|$ dir.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 3} |x - 1|$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$|x - 1| = 0 \Rightarrow x = 1$ kritik nokta 3 kritik nokta olmadığından,
 $\lim_{x \rightarrow 3} |x - 1| = |3 - 1| = |2| = 2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$f(x) = |x - 2|$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$|x - 2| = 0 \Rightarrow x = 2$ kritik nokta olduğundan,

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 2 \\ -x + 2, & x < 2 \end{cases}$$

biçiminde parçalı fonksiyon olarak yazarız.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) &= 2 - 2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x + 2) &= -2 + 2 = 0 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} |x - 2| = 0$$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$f(x) = |x - 2| + x$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$|x - 2| = 0 \Rightarrow x = 2$ kritik nokta olduğundan,

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + x, & x \geq 2 \\ -x + 2 + x, & x < 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & x \geq 2 \\ 2, & x < 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 2) &= 2 \cdot 2 - 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} 2 &= 2 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ olduğundan,}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ olur.

Cevap: 2

kavrama sorusu

$$f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 3 + \frac{|x - 3|}{x - 3}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$|x - 3| = 0 \Rightarrow x = 3$ kritik nokta olduğundan,

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{x - 3}{x - 3}, & x \geq 3 \\ 3 + \frac{-(x - 3)}{x - 3}, & x < 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4, & x \geq 3 \\ 2, & x < 3 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= 4 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= 2 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ olduğundan,}$$

limit yoktur.

Cevap: limit yoktur



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 4} |2x - 2|$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 5} |5x - 1|$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 1^+} |x - 1|$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 2} |3x - 6|$ limitinin varsa değerini bulunuz?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

soru 6

$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{|x|}{x}$

olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ değerini varsa bulunuz?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 7

$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} + x$

olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ değerini varsa bulunuz?

- A) limityoktur B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

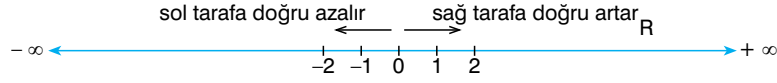
soru 7

$\lim_{x \rightarrow 1} |x - 1| + x$ limitinin değerini varsa bulunuz?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) limityoktur

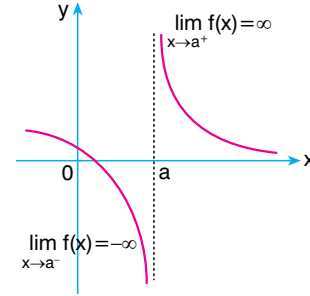
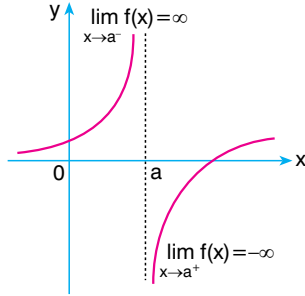


Genişletilmiş Gerçek Sayılar Kümesinde Limit



Herhangi bir x değişkeni sürekli artan değerler alıyorsa $x \rightarrow \infty$, x değişkeni sürekli azalan değerler alıyorsa $x \rightarrow -\infty$ ile ifade edilir. $-\infty$ ile $+\infty$ kavramlarının reel (gerçek) sayılar kümesine eklemesiyle oluşan $R \cup \{-\infty, +\infty\}$ kümesine genişletilmiş gerçel sayılar kümesi denir.

Limit hesaplamalarında x değişkeni bir a noktasına yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonun aldığı değerler sürekli artar veya sürekli azalır. Bu durumda $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ veya $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ dur.



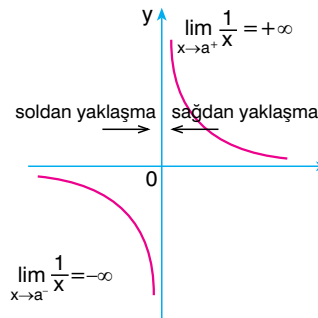
Uyarı

$g(a)=0$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ifadesinde soldan ve sağdan limit incelemesi yapılmalıdır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$ ve $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$ limitlerinin değerini araştırınız.

çözüm



Yandaki grafikten görüldüğü gibi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$$

olduğundan

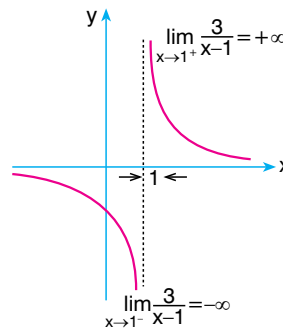
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \text{ limiti yoktur.}$$

Cevap: limit yoktur

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{x-1}$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{x-1}$ ve $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x-1}$ limitlerini araştırınız.

çözüm



Yandaki grafikte görüldüğü gibi,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{x-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{x-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

Cevap: limit yoktur



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 5 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{6}{(x-5)}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) ∞ B) $-\infty$ C) 1 D) 2 E) 6

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{2-x}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) -1 B) 0 C) $-\infty$ D) ∞ E) 1

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4}{x-1}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) ∞ B) 2 C) 1 D) 0 E) $-\infty$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{10}{x-4}$ limitinin varsa değerini bulunuz?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) limit yoktur

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{x-3}$ limitinin değerini bulunuz?

- A) $-\infty$ B) ∞ C) -1 D) 0 E) 1

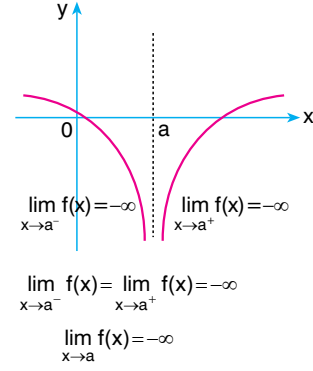
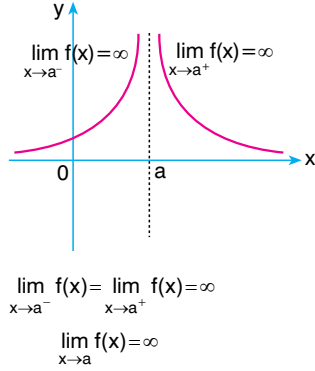
soru 8

$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{6-x}$ limitinin varsa değerini bulunuz?

- A) limit yoktur B) $-\infty$ C) ∞ D) 0 E) 1



$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ifasında $x=a$ değeri, $g(x)=0$ denkleminin çift katlı bir kökü ise aşağıda belirtilen durumlar geçerlidir.

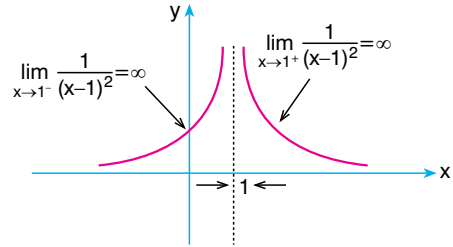


kavrama sorusu

$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ limitlerini araştırınız.

çözüm



Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} \text{ olduğundan}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$$

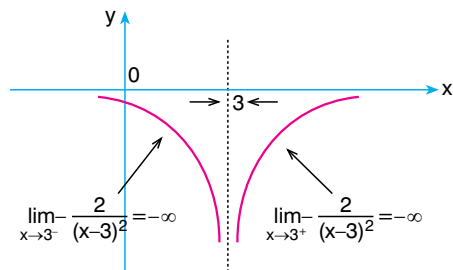
Cevap: ∞

kavrama sorusu

$f(x) = -\frac{2}{(x-3)^2}$ olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitlerini araştırınız.

çözüm



Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} -\frac{2}{(x-3)^2} = -\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} -\frac{2}{(x-3)^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} -\frac{2}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} -\frac{2}{(x-3)^2} \text{ olduğundan}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} -\frac{2}{(x-3)^2} = -\infty$$

Cevap: $-\infty$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(x-2)^2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -2 C) 0 D) 2 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7}{(x-1)^2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -7 B) -1 C) 0 D) ∞ E) $-\infty$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(1-x)^2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{(x+3)^4}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 3 C) -3 D) -1 E) $-\infty$

soru 3

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{(x+1)^2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) $-\infty$ C) -3 D) -1 E) 0

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(-\frac{5}{(x-2)^2} \right)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) $-\infty$ C) -5 D) -2 E) 0

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 4} -\frac{1}{(x-4)^2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) 0 C) $-\infty$ D) ∞ E) 4

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 10^+} \left(-\frac{1}{(10-x)^6} \right)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) -10 C) -1 D) 10 E) $-\infty$



$x \rightarrow a$ iken f fonksiyonunun ∞ veya $-\infty$ a doğru sürekli artan veya sürekli azalan değerler aldığı limit işlemlerinde grafik çizmek şart değildir. Örneğin; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$ limit işleminde $x \rightarrow 1^+$ için (sağdan limit) ve $x \rightarrow 1^-$ için (soldan limit) limitlere bakmak gerekir

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1}$ ($x \rightarrow 1^+$ sağdan yaklaşmak 1 e çok yakın ama 1 den büyük değerler almak demektir, örnek olarak $x=1,00001$ yazılabilir.)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{(1,00001)-1} = \frac{1}{0,00001}$ paydadaki sayı değeri küçüldükçe limitin değeri ∞ doğru gideceğinden $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \infty$
(kolaylık olsun diye pozitif 0 diyebiliriz.)

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$ ($x \rightarrow 1^-$ soldan yaklaşmak 1 e çok yakın ama 1 den küçük değerler almak demektir, örnek olarak $x=0,99999$ yazılabilir.)

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0,99999-1} = \frac{1}{-0,00001}$ paydadaki sayı değeri büyüdüğü limitin değeri $-\infty$ doğru gideceğinden $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$
(kolaylık olsun diye negatif 0 diyebiliriz.)

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2}$ limitinin değerini bulunuz.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2}$ limitinin değerini bulunuz.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{3-x}$ limitinin değerini araştırınız.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow 2^+$ olduğundan $x=2,00001$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2} = \frac{2,00001}{2,00001-2} = \frac{2,00001}{0,00001} \rightarrow$ kolaylık olsun diye pozitif 0 diyebiliriz. (0^+)
Cevap: ∞

çözüm

$x \rightarrow 2^-$ olduğundan $x=1,99999$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2} = \frac{1,99999}{1,99999-2} = \frac{1,99999}{-0,00001} \rightarrow$ kolaylık olsun diye negatif 0 diyebiliriz. (0^-)
Cevap: $-\infty$

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ incelemesi yapılmalıdır.

$x \rightarrow 3^+$ için $x=3,00001$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{3-x} = \frac{5}{3-3,00001} = \frac{5}{-0,00001} = -\infty$
negatif 0 (0^-)

$x \rightarrow 3^-$ için $x=2,99999$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{3-x} = \frac{5}{3-2,99999} = \frac{5}{0,00001} = \infty$
pozitif 0 (0^+)

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ olduğundan limit yoktur.

Cevap: limit yoktur.

çözüm

$x \rightarrow 1^+$ için $x=1,00001$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{(x-1)^2} = \frac{1,00001+1}{(1,00001-1)^2} = \frac{2,00001}{(0,00001)^2} = \infty$
pozitif 0 (0^+)

$x \rightarrow 1^-$ için $x=0,99999$ alalım.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{(x-1)^2} = \frac{0,99999+1}{(0,99999-1)^2} = \frac{1,99999}{(-0,00001)^2} = \infty$
pozitif 0 (0^+)

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$

Cevap: ∞



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-7}{1-x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x}{x-1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) $-\infty$ C) -1 D) -2 E) -3

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x-3}$ limitinin değeri varsa aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) 1 E) limit yoktur

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{2-x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) $-\infty$ D) ∞ E) 0

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1-x}{(x-4)^2}$ limitinin değeri varsa aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) -1 D) $-\infty$ E) limit yoktur

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-1}{x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) $-\infty$ E) -1

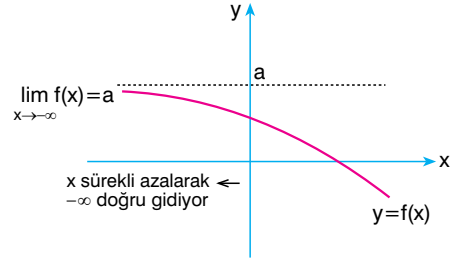
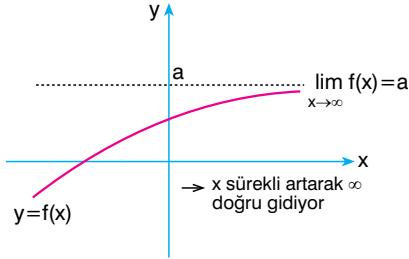
soru 8

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+4}{(3+x)^2}$ limitinin değeri varsa aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 2 C) -1 D) $-\infty$ E) limit yoktur



Limit hesaplamalarında bazen x değişkeni sürekli artarken veya sürekli azalırken fonksiyonun aldığı değerler herhangi bir a sayısına yakınsar. Bu durumda $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ veya $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ dır.



Sonsuz kavramı ile ilgili bazı özellikler aşağıdadır.

- $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $c + (+\infty) = +\infty$ (Sürekli artan bir değişkene c sayısı eklenirse yine sürekli artan bir değişken olur)
- $c + (-\infty) = -\infty$ (Sürekli azalan bir değişkene c sayısı eklenirse yine sürekli azalan bir değişken olur)
- $c > 0$ olmak üzere $c \cdot (+\infty) = +\infty$ $c \cdot (-\infty) = -\infty$
- $c < 0$ olmak üzere $c \cdot (+\infty) = -\infty$ $c \cdot (-\infty) = +\infty$
- $+\infty + \infty = \infty$ (Sürekli artan bir değişkene, sürekli artan bir değişken eklenirse yine sürekli artan bir değişken olur)
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$ (Sürekli azalan bir değişkene sürekli azalan bir değişken eklenirse sürekli azalan bir değişken olur)
- $\infty \cdot \infty = \infty$, $(-\infty) \cdot (-\infty) = \infty$ ve $(+\infty) \cdot (-\infty) = -\infty$ dur.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3) = \infty + 3 = \infty$$

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - x) = 2 - \infty = -\infty$$

Cevap: $-\infty$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x) = 5 \cdot (-\infty) = -\infty$$

Cevap: $-\infty$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot x = (-\infty) \cdot (-\infty) = \infty$$

Cevap: ∞



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 1)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) ∞ E) 1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) ∞ D) -1 E) $-\infty$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} (10 - x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $-\infty$ E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} (7 - 5x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) $-\infty$ C) -2 D) -1 E) 0

soru 3

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 3)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 7

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) 2 C) ∞ D) -2 E) 0

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) $-\infty$ E) -1

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) ∞ D) $-\infty$ E) -1

1 - D

2 - D

3 - A

4 - A

5 - C

6 - B

7 - C

8 - D



$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ biçimindeki polinom fonksiyonlar için $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ limiti hesaplanırken sadece en büyük dereceli terimin limitini almak yeterlidir. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$$

\downarrow
 $x \rightarrow \infty$ için 0'a yakınsar

veya

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = (\infty)^2 = \infty \text{ biçiminde limiti bulabiliriz.}$$

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - x^2 + 1)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4x^3 = 4(\infty)^3 = \infty \text{ veya}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(4 - \frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4x^3 = 4 \cdot (\infty)^3 = \infty$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $x \rightarrow \infty$ için 0 ve 0

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 1)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty \text{ veya}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $x \rightarrow -\infty$ için 0 ve 0

Cevap: $-\infty$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x)$ limitinin değerini araştırınız.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 = -2(-\infty)^3 = \infty$$

Cevap: ∞



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $-\infty$ E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - 4x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 2 C) 1 D) 0 E) $-\infty$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} (-5x^2 + 3x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) $-\infty$ D) -1 E) -2

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 6x + 5)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) $-\infty$ D) ∞ E) 1

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 - x - 1)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -2 C) -1 D) 0 E) ∞

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^7 + x^3 - x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 0 C) -1 D) -2 E) $-\infty$

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} (7x^3 - 8x + 10)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) ∞ C) 0 D) 1 E) -1

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^7 + x^3 - x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) ∞ D) 1 E) 2

1 - E

2 - C

3 - A

4 - B

5 - A

6 - D

7 - E

8 - A



$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a^x$ biçimindeki limitleri hesaplamak için aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

$a > 1$ ise örneğin $a=2$ alalım.

x	0	1	2	3	4	10	∞
2^x	$2^0=1$	$2^1=2$	$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$		$2^{10}=1024$		$2^\infty=\infty$

olduğundan, $a > 1$ ise $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \infty$

$0 < a < 1$ ise örneğin $a = \frac{1}{2}$ alalım.

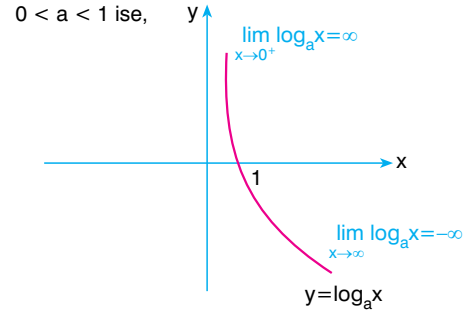
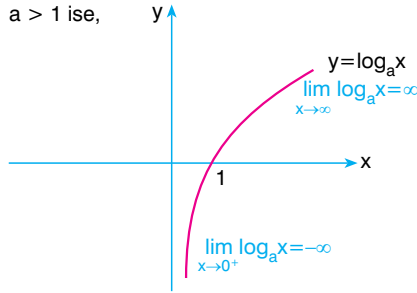
x	0	1	2	3	4	10	∞
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^1=0,5$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2=0,25$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3=0,125$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4=0,0625$		$\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=0,0009765625$		0

olduğundan, $0 < a < 1$ ise $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$

$a > 1$ için $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = a^{-\infty} = \frac{1}{a^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$ olduğundan, $a > 1$ ise $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$

$0 < a < 1$ için $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = a^{-\infty} = \frac{1}{a^\infty} = \frac{1}{0^+} = \infty$ olduğundan, $0 < a < 1$ ise $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \infty$

$x = \log_a x$ biçimindeki limitleri hesaplamak için $y = \log_a x$ fonksiyonunun aşağıdaki grafiklerini dikkatle inceleyelim.



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

çözüm

$a > 1$ için $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \infty$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x = 3^\infty = \infty$$

$a > 1$ için $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Cevap: ∞ ve 0

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

çözüm

$0 < a < 1$ için $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^\infty = 0$$

$0 < a < 1$ için $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \infty$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\infty} = 2^\infty = \infty$$

Cevap: 0 ve ∞



soru 1

I) $\lim_{x \rightarrow \infty} 7^x = \infty$

III) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{7}\right)^x = 0$

II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7^x = 0$

IV) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{7}\right)^x = \infty$

Yukarıdaki limit işlemlerinden hangisi yada hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I, II, III E) I, II, III, IV

soru 2

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 4^x$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) ∞

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{7}\right)^x$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 5 D) 7 E) ∞

soru 4

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^x$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -3 C) 0 D) ∞ E) 1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\log_5 x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\log_{\frac{1}{3}} x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\log x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) ∞ D) 1 E) 0

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\log_{\frac{1}{7}} x)$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

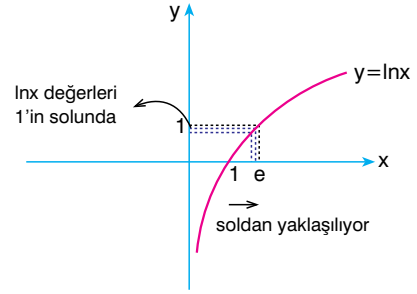
- A) -1 B) $-\infty$ C) 0 D) 1 E) ∞



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow e^-} \frac{1}{1 - \ln x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm



$$\lim_{x \rightarrow e^-} \frac{x}{1 - \ln x} = \frac{e}{1 - 1^-} = \frac{e}{0^+} = \infty$$

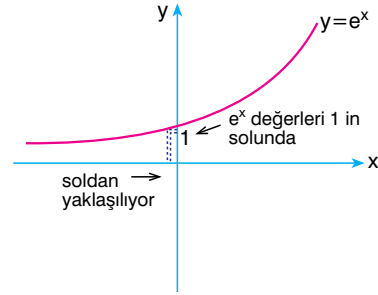
1 e yakın ama 1 den küçük bir değer
(1⁻, 1 e çok yakın ama 1 den küçük bir değerdir.)
(0⁺, 0 a çok yakın ama 0 dan büyük bir değerdir.)

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{e^x - 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{e^{0^-} - 1} = \frac{1}{1^- - 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

(0⁻, 0 a çok yakın ama sıfırdan küçük bir değerdir.)
(1⁻, 1 e çok yakın ama 1 den küçük bir değerdir.)

Cevap: $-\infty$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2^+ - 2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{0^+} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$$

(2⁺, 2 ye çok yakın ama 2 den büyük bir değerdir.)
(0⁺, 0 a çok yakın ama 0 dan büyük bir değerdir.)

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1^-} 3^{\frac{5}{x-1}}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 3^{\frac{5}{x-1}} = 3^{\frac{5}{1^- - 1}} = 3^{\frac{5}{0^-}} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

(1⁻, 1 e çok yakın ama 1 den küçük bir değerdir.)
(0⁻, 0 a çok yakın ama 0 dan küçük bir değerdir.)

Cevap: 0



soru 1

$\lim_{x \rightarrow e^+} \frac{5}{1 - \ln x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -5 B) -1 C) $-\infty$ D) 1 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{x-1}}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\infty$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow e^-} \frac{x}{3 \ln x - 3}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) ∞ C) -1 D) -3 E) $-\infty$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{1}{5} \right)^{\frac{1}{x-3}}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) 5 E) ∞

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{e^x - 1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e B) 2 C) 1 D) ∞ E) $-\infty$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 2^+} 10^{\frac{1}{x-2}}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) ∞ E) 10

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{2e^x - 2}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 5^-} 8^{\frac{1}{x-5}}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) $\frac{1}{8}$ C) 0 D) 1 E) ∞

1 - C

2 - E

3 - D

4 - E

5 - A

6 - B

7 - D

8 - C



Trigonometrik Fonksiyonların Limitleri

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$ ve $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$ dır. Yani $\lim_{x \rightarrow a} \sin x$ veya $\lim_{x \rightarrow a} \cos x$ limitlerini bulmak için $x=a$ değerini sinüs ve kosinüs fonksiyonlarında yerine koymak yeterlidir.

$a \in \mathbb{R}$ ve $\cos a \neq 0$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$

$a \in \mathbb{R}$ ve $\sin a \neq 0$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a$ dır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$ ve $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$ olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

Cevap: $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x - \cos x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x - \cos x) = \tan \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

Cevap: $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\cot x + \sin x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\cot x + \sin x) = \cot \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} + \frac{1}{2}$$

Cevap: $\sqrt{3} + \frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\cos x}{\tan x - 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\cos x}{\tan x - 1} = \frac{\cos \frac{3\pi}{4}}{\tan \frac{3\pi}{4} - 1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-1-1} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Cevap: $\frac{\sqrt{2}}{4}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (1 + \sin x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \frac{11\pi}{6}} (\sin x - \cos x)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sqrt{3} \cot x - 1)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 0

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - \sin x}{\tan x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 7

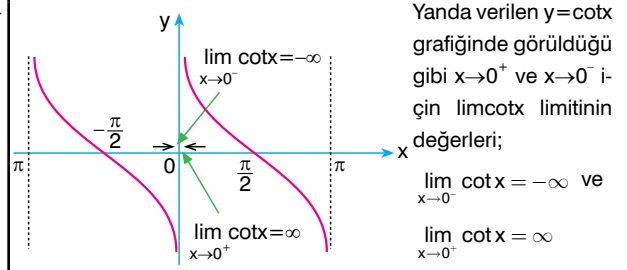
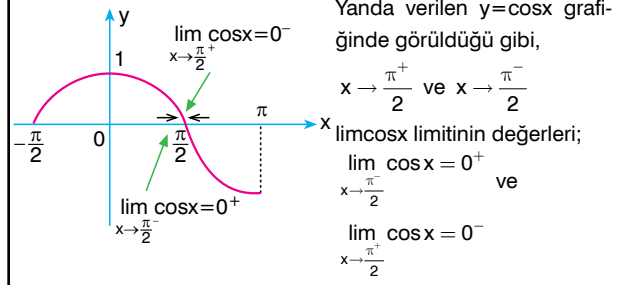
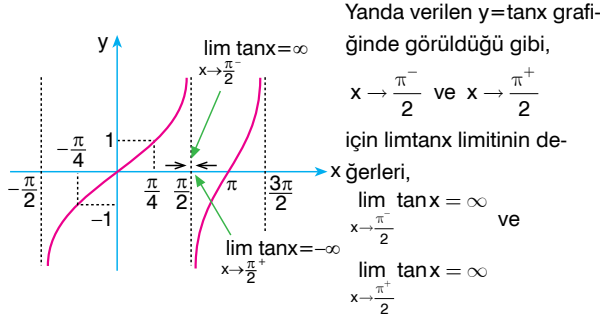
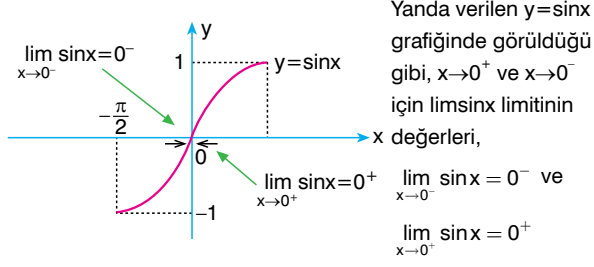
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x}{\sin x + \cos x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x}{x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x}{x} = \frac{\cos 0}{0^+} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{cosec} x$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{cosec} x = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin 0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

Cevap: $-\infty$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x}{\cos x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^+} = \infty$$

Cevap: ∞

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{\cot x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{\cot x} = \frac{0+1}{\cot 0^+} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Cevap: 0



soru 1

- I) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x = 0$ III) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \tan x = -\infty$
 II) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sin x = 0$ IV) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x = -\infty$
 V) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot x = \infty$

Yukarıdaki limitlerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) ∞ E) $-\infty$

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \tan x$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\infty$ D) 0 E) 1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{cosec} x$ limitinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) -1 C) 0 D) 1 E) $-\infty$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\infty$ E) -1

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x}{\tan x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) ∞ D) -1 E) $-\infty$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+2}{\sin x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1



$\frac{0}{0}$ Belirsizlik Durumları

$\frac{0}{0}$ Yandaki bölme işleminde a reel sayısı hakkında kesin bir şey söylemek mümkün değildir. Bundan dolayı $\frac{0}{0}$ işlemi bir belirsizliktir. Limitte $\frac{0}{0}$ belirsizliği ile karşılaşıldığında limitin olmadığı anlamına gelmez. Belirsizlikleri kaldırmanın yöntemleri vardır.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{0}{0}$ ise P(x) ve Q(x) ifadeleri çarpanlarına ayrılarak, pay ve paydayı 0 yapan çarpanlar sadeleştirilip limit kaldırılabilir.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Belirsizliği kaldırmak için payı çarpanlarına ayırıyoruz.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{x^2 - 4}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{x^2 - 4} = \frac{4 \cdot 2 - 8}{2^2 - 4} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Belirsizliği kaldırmak için pay ve paydayı çarpanlarına ayırıyoruz.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{x+2} = \frac{4}{2+2} = \frac{4}{4} = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + x} = \frac{0^2 - 0}{0^2 + 0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Belirsizliği kaldırmak için pay ve paydayı çarpanlarına ayırıyoruz.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x+1} = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

Cevap: -1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1^2 - 4 \cdot 1 + 3}{1^2 - 3 \cdot 1 + 2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Belirsizliği kaldırmak için pay ve paydayı çarpanlarına ayırıyoruz.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-2} = \frac{1-3}{1-2} = 2$$

Cevap: 2



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 5

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6x + 18}{x^2 - 9}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{3x - 12}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 6x + 5}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^3 - x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^3 - x} = \frac{1^3 + 1^2 - 2 \cdot 1}{1^3 - 1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydayı çarpanlarına ayıralım.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^2 + x - 2)}{x(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{x}(x+2)(\cancel{x-1})}{\cancel{x}(x+1)(\cancel{x-1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$$

Cevap: $\frac{3}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^3 - 8}{y^2 - 4}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^3 - 8}{y^2 - 4} = \frac{2^3 - 8}{2^2 - 4} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydayı çarpanlarına ayıralım.

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^3 - 8}{y^2 - 4} = \lim_{y \rightarrow 2} \frac{(y-2)(y^2 + 2y + 4)}{(y-2)(y+2)} = \lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 2y + 4}{y+2}$$

$$= \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{2+2} = \frac{12}{4} = 3$$

Cevap: 3

kavrama sorusu

$\lim_{y \rightarrow x} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{y \rightarrow x} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - 2x \cdot x + x^2}{x^2 - x^2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydayı çarpanlarına ayıralım.

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{(x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \lim_{y \rightarrow x} \frac{x-y}{x+y}$$

$$= \frac{x-x}{x+x} = \frac{0}{2x} = 0$$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - a}{x - 2} = b$ ve a ve b gerçel sayılar olduğuna göre, a kaçtır, bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - a}{x - 2} = \frac{4 - a}{2 - 2} = \frac{4 - a}{0}$ ifadesi ile karşılaşıyoruz.

Paydanın 0 olduğu durumda limitin gerçel sayı çıkması için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olmalıdır. Bundan dolayı, pay kısmında 0 a eşitlendiğinde,

$$4 - a = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap: 4



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2}{x^4 - x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 5

$\lim_{y \rightarrow x} \frac{y^3 - x^3}{y^2 - x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{x}{2}$ B) $\frac{3x}{2}$ C) x D) $\frac{5x}{2}$ E) $\frac{7x}{2}$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

soru 6

$\lim_{a \rightarrow b} \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + ab - 2b^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2b B) b C) 0 D) 1 E) -b

soru 3

$\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 - 4}{a^2 - 5a + 6}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - m}{x - 3} = n$ ve $m, n \in \mathbb{R}$ olduğuna göre, **m** kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

soru 4

$\lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2 - 3n}{n^3 - 27}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{9}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + 3}{x - 1} = b$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olduğuna göre, **a** kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -1 D) 0 E) 1

1 - D

2 - A

3 - A

4 - E

5 - B

6 - C

7 - E

8 - B



Pay veya paydasında $\sqrt{g(x)} \pm c$ ($c \in \mathbb{R}$) gibi ifadeler bulunan limit işlemlerinde hem pay hemde payda ifadenin eşleniği ile çarpılır. Böylelikle $(x^2 - a^2)$ biçiminde iki kare farkı özdeşliği kullanarak kare köklü ifadeyi kök dışına alabiliriz. $\sqrt[3]{f(x)} \pm c$, $c \in \mathbb{R}$ gibi ifadeler içeren limit işlemlerinde ise değişken dönüşümü yapılarak küp farkı $(x^3 - a^3)$ veya küpler toplamı $(x^3 + a^3)$ özdeşlikleri ile kök içerisindeki ifadeler kök dışına çıkartılır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{\sqrt{0+1}-1}{0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Çarpanlara ayırma bu tip sorularda zor olduğu için pay ve payda $(\sqrt{x+1}+1)$ yani eşleniği ile çarpılır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)}{x} \cdot \frac{(\sqrt{x+1}+1)}{(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1})^2 - 1}{x(\sqrt{x+1}+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-1}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{\sqrt{0+1}+1} = \frac{1}{2}$$

Cevap: $\frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x-1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x-1} = \frac{\sqrt{1+8}-3}{1-1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Çarpanlara ayırma bu tip sorularda zor olduğu için pay ve payda $(\sqrt{x^2+8}+3)$ yani eşleniği ile çarpılır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x-1} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+8}+3)}{(\sqrt{x^2+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2+8})^2 - 3^2}{(x-1)(\sqrt{x^2+8}+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+8-9}{(x-1)(\sqrt{x^2+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{(x-1)(\sqrt{x^2+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(\sqrt{x^2+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(\sqrt{x^2+8}+3)} = \frac{1+1}{\sqrt{1+8}+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Cevap: $\frac{1}{3}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{1}-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Çarpanlara ayırmak zor olduğu için $\sqrt[3]{x}=t$ dönüşümü yapalım. $\sqrt[3]{x}=t$ ise $x=t^3$ ve $x \rightarrow 1$ için $t \rightarrow 1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^3-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)}{(t-1)(t^2+t+1)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{1}{t^2+t+1} = \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3}$$

Cevap: $\frac{1}{3}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 1

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+16} - 4}{x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x-3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16



$\frac{0}{0}$ belirsizliği ile karşılaştığımız örnek türlerinden biride $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x}$ dir.

Bu tür örneklerde, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=0$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x)}{f(x)}=1$ eşitliğini kullanırız.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$ eşitliğinden,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$ eşitliğinden,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2} = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydayı 3 ile çarpalım.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} \cdot \frac{3}{3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{3}{2} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Cevap: $\frac{3}{2}$



Açıklama

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$ ve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$ eşitliklerini kullanabiliriz.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \frac{\sin 0}{\sin 0} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

Payı $\frac{5x}{5x}$ ile paydayı $\frac{3x}{3x}$ ile çarpalım.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \cdot \frac{5x}{5x}}{\sin 3x \cdot \frac{3x}{3x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \cdot 5x}{\sin 3x \cdot 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

Cevap: $\frac{5}{3}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{kx}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) k B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(5x-5)}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 4x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\sin 2x} = 5$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} \text{ biçimindeki limitlerde; } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin ax}{\cos ax}}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx \cdot \cos ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} \cdot \frac{1}{\cos ax} = \frac{a}{b} \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

eşitliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} \text{ biçimindeki limitlerde; } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\frac{\sin bx}{\cos bx}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \cdot \cos bx = \frac{a}{b} \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

eşitliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} \text{ biçimindeki limitlerde; } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin ax}{\cos ax}}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \cdot \frac{1}{\cos ax} = \frac{a}{b} \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

eşitliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} \text{ biçimindeki limitlerde; } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin ax}{\cos ax}}{\frac{\sin bx}{\cos bx}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \cdot \frac{\cos bx}{\cos ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \cdot \frac{\cos bx}{\cos ax} = \frac{a}{b} \text{ olduğundan,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

eşitliği vardır.

kavrama sorusu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{7x} \text{ limitinin değerini bulunuz.}$$

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b} \text{ eşitliğinden,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{7x} = \frac{3}{7}$$

Cevap: $\frac{3}{7}$

kavrama sorusu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\tan 4x} \text{ limitinin değerini bulunuz.}$$

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b} \text{ eşitliğinden,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\tan 4x} = \frac{8}{4} = 2$$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin 2x} \text{ limitinin değerini bulunuz.}$$

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b} \text{ eşitliğinden,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}$$

Cevap: $\frac{1}{2}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 4x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\frac{x}{2}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{\sin 3x} = 4$ olduğuna göre, **k** kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\tan 3x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 10x}{\tan 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan\left(\frac{x}{3}\right)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 12x}{\tan kx} = 2$ olduğuna göre, **k** kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\tan(x - 1)}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\tan(x - 1)} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\tan(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\tan(x - 1)} \cdot \underbrace{(x + 1)}_2 = 1 \cdot 2 = 2$$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(2x - 6)}{\tan(3x - 9)}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(2x - 6)}{\tan(3x - 9)} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(2x - 6)}{\tan(3x - 9)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(2 \cdot (x - 3))}{\tan(3 \cdot (x - 3))}$$
 ifadesinde

$x - 3 = t$ dönüşümü yaptığımızda $x \rightarrow 3$ ise $t \rightarrow 0$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(2 \cdot (x - 3))}{\tan(3 \cdot (x - 3))} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{\tan 3t} \text{ ve}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b} \text{ eşitliğinden,}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{\tan 3t} = \frac{2}{3}$$

Cevap: $\frac{2}{3}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{9x^2}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{9x^2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{9x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{3x} \right)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} \text{ eşitliğinden,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{3x} \right)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

Cevap: $\frac{1}{9}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \tan 3x}{\sin 5x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \tan 3x}{\sin 5x} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \tan 3x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 5x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x}$$

$$= \frac{7}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Cevap: 2



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

soru 5

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 3x}{4x^2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\tan(x-3)}{x^2-9}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \tan 2x}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(x-2)}{\tan(3x-6)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{1 - \cos^2 x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\tan(2x-8)}{\tan(3x-12)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 0

soru 8

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin 9x}}{\sqrt{x}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1-B

2-D

3-B

4-C

5-A

6-D

7-A

8-C



Limitte $\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği

$\frac{\infty}{\infty}$ işleminde, sürekli artan bir değişkenin yine sürekli artan bir değişkene bölüldüğünde elde edilecek sonuç hakkında net bir şey söylenemez. Bu durumda $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliktir. Benzer şekilde $\frac{-\infty}{-\infty}$, $\frac{-\infty}{\infty}$, $\frac{\infty}{-\infty}$ işlemleri de birer belirsizliktir ve genel olarak $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olarak adlandırılır. $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğini kaldırmanın en önemli yöntemi $\frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki ifadelerde pay ve paydayı en yüksek dereceli değişken parantezine alıp sadeleştirmeleri yaparak tekrar limit almaktır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{2x+5}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

Pay ve paydayı x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(3 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(2 + \frac{5}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{2 + \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{3 + \frac{1}{\infty} \rightarrow 0}{2 + \frac{5}{\infty} \rightarrow 0} = \frac{3}{2}$$

Cevap: $\frac{3}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x+1}{x^2+3x+4}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

Pay ve paydayı x^2 parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x+1}{x^2+3x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(1 + \frac{3x}{x^2} + \frac{4}{x^2} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} = \frac{1 + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} \rightarrow 0}{1 + \frac{3}{\infty} + \frac{4}{\infty} \rightarrow 0} = \frac{1}{1} = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x-1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

Payı x^2 , paydayı x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)}{x \left(2 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)}{2 - \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\infty \cdot \left(1 + \frac{1}{\infty} \right) \rightarrow 0}{2 - \frac{1}{\infty} \rightarrow 0} = \frac{\infty}{2} = \infty$$

Cevap: ∞



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 1}{2x^2 - 5x + 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) 0 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 1}{x^2 - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) ∞ E) $-\infty$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x + 1}{3x^2 + 7x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) $\frac{5}{3}$

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 7x - 3}{x^2 + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 1}{2x^3 + 3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{x^3 - 2x + 10}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 1}{x + 3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) 1 C) 2 D) 4 E) ∞

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 7}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -7 C) 0 D) 1 E) 3



$P(x)$ ve $Q(x)$ polinom fonksiyonlar olmak üzere $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde,

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ve $\deg[P(x)] = n$

$Q(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$ ve $\deg[Q(x)] = m$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} -\infty \text{ veya } +\infty, & n > m \text{ (P(x) in derecesi, Q(x) in derecesinden büyük ise)} \\ \frac{a_n}{b_m}, & n = m \text{ (P(x) in derecesi ile Q(x) in derecesi eşit ise)} \\ 0, & n < m \text{ (P(x) in derecesi, Q(x) in derecesinden küçük ise)} \end{cases}$$

yöntemi kullanılabilir. $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde pay ve paydada en yüksek dereceli terimler alınıp diğer terimler ihmal edilebilir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen limit işlemlerinin varsa sonuçlarını bulunuz

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x - 1}{x + 1}$

çözüm

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Payın derecesi, paydanın derecesinden büyük,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$$

ihmal edilebilir.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x - 1}{x - 1} = \frac{-\infty}{-\infty}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = (-\infty)^2 = \infty$$

ihmal edilebilir.

Cevap: a) ∞ , b) ∞

kavrama sorusu

Aşağıda verilen limit işlemlerinin varsa sonuçlarını bulunuz

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{3x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{5x^2 + 3x - 1}$

çözüm

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{3x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğundan en yüksek dereceli terimlerin katsayıları oranı limitin sonucunu verir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{3x - 1} = \frac{2}{3}$$

ihmal edilebilir.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{5x^2 + 3x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydanın dereceleri eşittir.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{5x^2 + 3x - 1} = \frac{3}{5}$$

ihmal edilebilir.

Cevap: a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{3}{5}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{4x^2 - x + 1}$ limitinin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{4x^2 - x + 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Payın derecesi paydanın derecesinden küçüktür.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{4x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{4x} = \frac{1}{4 \cdot \infty} = 0$$

ihmal edilebilir.

Cevap: 0



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 3}{3x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

soru 2

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + 1}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) 5 C) 1 D) -1 E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + x + 1}{3x^3 - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 5x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) 5 C) 1 D) -1 E) $-\infty$

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{x^2 + 3x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) ∞

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{3x + 5}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 0 D) -1 E) $-\frac{1}{3}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{3x^2 + 5x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 0 E) ∞

1 - E

2 - A

3 - E

4 - A

5 - B

6 - D

7 - B

8 - D



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 3x - 1}{5x^2 + 4} = 2$ olduğuna göre, **a kaçtır, bulunuz.**

çözüm

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğundan,

katsayılar oranından $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 3x - 1}{5x^2 + 4} = \frac{a}{5} = 2$
a=10

Cevap: 10

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x+2|}{2x+3}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow \infty$ olduğundan, $x+2 > 0$ ve $|x+2| = x+2$ dir.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x+3}$ ifadesinde dereceler eşit olduğundan,

katsayılar oranından $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x+3} = \frac{1}{2}$

Cevap: $\frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x-3|}{x+1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan, $x-3 < 0$ ve $|x-3| = -x+3$ tür.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+3}{x+1}$ ifadesinde dereceler eşit olduğundan,

katsayılar oranından $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+3}{x+1} = \frac{-1}{1} = -1$

Cevap: -1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x+3|+3x}{x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan, $x+3 < 0$ ve $|x+3| = -x-3$ tür.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x+3|+3x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3+3x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x}$ ifadesinde dereceler eşit olduğundan,

katsayılar oranından $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x} = \frac{2}{1} = 2$

Cevap: 2



soru 1

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 + 4x - 1}{ax^3 + 3x^2 + 4} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 10 E) 15

soru 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^2 + x + 1}{(a+2)x^2 + 3} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

soru 3

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 7}{bx^2 - 1} = \frac{3}{2} \quad \text{ve} \quad a+b=10$$

olduğuna göre, **a-b farkı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{x} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) ∞ E) $-\infty$

soru 5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|3x|}{x} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) ∞

soru 6

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|5x+3|}{|x-1|} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

soru 7

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + 5x}{2x} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

soru 8

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x+3| + x}{|3x|} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 1



kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x + 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}}{x \left(3 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x \left(3 + \frac{1}{x}\right)}$$

$x \rightarrow \infty$ olduğundan $|x| = x$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{\cancel{x} \left(3 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{3 + \frac{1}{x}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{\infty}}}{3 + \frac{1}{\infty}} = \frac{1}{3}$$

Cevap: $\frac{1}{3}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{x + 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(4 + \frac{5}{x^2}\right)}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{5}{x^2}}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan $|x| = -x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{-x} \sqrt{4 + \frac{5}{x^2}}}{\cancel{-x} \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{-\sqrt{4 + \frac{5}{\infty}}}{1 + \frac{1}{\infty}} = \frac{-2}{1} = -2$$

Cevap: -2

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 1} + x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)} + x}{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} + x}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$x \rightarrow \infty$ olduğundan $|x| = x$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sqrt{1 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} + x}{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x} \left(\sqrt{1 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)}{\cancel{x} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{1 + \frac{5}{\infty} + \frac{1}{\infty}} + 1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\infty}}} = \frac{1 + 1}{1} = 2$$

Cevap: 2



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2}}{2x+1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) ∞

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{\sqrt{4x^2 - x - 6}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 2

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{\sqrt{4x^2+5}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -3 C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+4} + 2x+1}{\sqrt[3]{x^3+x-1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^2+3x+1}}{\sqrt{x^2-x+5}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+2x+1}}{\sqrt{x^2-4x+3x+1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\infty$

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+5x+6}}{\sqrt{9x^2+x+1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $-\frac{1}{3}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3+1} + \sqrt[4]{x^4+4}}{2x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2



Köklü ifadeler içeren $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde yine pay ve paydanın en yüksek dereceli terimlerini alıp diğer terimleri ihmal ederek limit hesaplamasını yapabiliriz.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 3}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 3} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 3} \rightarrow$ ihmal edilebilir.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|2x|}{2x}$

$x \rightarrow \infty$ için $2x > 0$ olduğundan, $|2x| = 2x$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = 1$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{5x - 1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{5x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{5x - 1} \rightarrow$ ihmal edilebilir.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2}}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x|}{5x}$

$x \rightarrow -\infty$ için $3x < 0$ olduğundan, $|3x| = -3x$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{5x} = -\frac{3}{5}$

Cevap: $-\frac{3}{5}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5} + 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^3 - x - 1}}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5} + 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^3 - x - 1}} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5} + 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^3 - x - 1}} \rightarrow$ ihmal edilebilir.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2} + 2x}{\sqrt[3]{8x^3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + 2x}{2x}$

$x \rightarrow -\infty$ için $x < 0$ olduğundan, $|x| = -x$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + 2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

Cevap: $\frac{1}{2}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 7}}{3x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) ∞

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{\sqrt{9x^2 + 4x + 3}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

soru 3

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 5}}{x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 4

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x + x + 5}}{\sqrt{x + 3x + 10}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + 2x}{\sqrt{9x^2 + 1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 - x - 9 + 2x}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

soru 7

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5}}{\sqrt{25x^2 + 6x + 1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

soru 8

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{16x^4 + x^3 - 3x^2 - 1}}{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + x + 5}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2



$a \neq 0$ ve $|a| < 1$ için $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$ olduğundan, üstel ifadeler içeren limit işlemlerinde genelde pay ve payda $x \rightarrow \infty$ için tabanı büyük olan üstel ifadenin parantezine, $x \rightarrow -\infty$ için tabanı küçük olan üstel ifadenin parantezine alınarak limit hesaplanır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 5^x}{3^x - 5^x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$5 > 3$ olduğundan, 5^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 5^x}{3^x - 5^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^x + 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^x - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

Cevap: -1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{2^{x+1} - 3^{x-1}}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$3 > 2$ olduğundan 3^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{2^{x+1} - 3^{x-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{2^x \cdot 2 - \frac{3^x}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x + 1}{\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot 2 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

Cevap: -3

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 4^x}{3^x - 4^x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan 3^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 4^x}{3^x - 4^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^x}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^x}$$

$$= \frac{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-\infty}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{-\infty}} = \frac{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{\infty}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{\infty}} = \frac{1}{1} = 1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 7^{x+1}}{2^{x-1} + 7^x}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan 2^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 7^{x+1}}{2^{x-1} + 7^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \left(\frac{7}{2}\right)^x \cdot 7}{\frac{1}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \left(\frac{7}{2}\right)^x \cdot 7}{\frac{1}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^x} = \frac{1 + \left(\frac{7}{2}\right)^{-\infty} \cdot 7}{\frac{1}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^{-\infty}} = \frac{1 + \left(\frac{2}{7}\right)^{\infty} \cdot 7}{\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{7}\right)^{\infty}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Cevap: 2



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x + 3^x}{4^x - 3^x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 1 D) 3 E) 4

soru 5

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 2^{x-2}}{3^{x+1} + 2^x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 4

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^{x-1} + 3^x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x + 2^{x+1}}{5^{x-1} - 2^x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -2 C) -1 D) 2 E) 5

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^{x-1}}{2^{x-1} + 3^{x-4}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 3 D) 9 E) 27

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{-x} - 2^{-x+1}}{3^{-x-1} + 2^{-x}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 3

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^{x+1} + 2^{x+1}}{\pi^x + 2^{x-1}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{\pi}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) π E) 4

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x + 6^x}{5^x + 6^x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞



$\infty - \infty$ Belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - g(x)] = \infty - \infty$ belirsizliğinde, $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerine dönüştürülerek limit hesaplanmaya çalışılır.

$\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerine dönüştürme işlemi genelde payda eşitleme veya pay ve paydayı eşlenik ile çarparak yapılır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \frac{1}{1-1} - \frac{2}{1^2-1} = \frac{1}{0} - \frac{2}{0} = \infty - \infty \text{ ise}$$

$\infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1-1}{1^2-1} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

Cevap: $\frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right) = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2}} - \tan \frac{\pi}{2} = \infty - \infty \text{ ise}$$

$\infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-\sin x}{\cos x} \right)$$

$$= \frac{1-\sin \frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^2 x}{\cos x \cdot (1+\sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^2 x}{\cos x \cdot (1+\sin x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\cos x (1+\sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x} = \frac{0}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \infty - \infty \text{ belirsizliği vardır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{(\sqrt{x^2+1} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\infty^2+1} + \infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Cevap: 0



soru 1

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

soru 2

$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{12}$

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{x-5} - \frac{10}{x^2-25} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{5}$

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\tan x} - \operatorname{cosec} x \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cot x} - \sec x \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $-\infty$ C) -1 D) 1 E) ∞

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2+3} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) ∞ C) $-\infty$ D) -1 E) 0

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2-25} - \sqrt{x^2+25} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) ∞ E) $-\infty$



$\infty - \infty$ belirsizlik türünde, kareköklü ifadelerin limitlerinde, $a > 0$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{a} \cdot \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ eşitliği kullanılabilir.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) = \infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{a} \cdot \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ eşitliğinden,

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1} \cdot \left| x - \frac{2}{2} \right| - x \right)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (|x - 1| - x)$ ve $x \rightarrow \infty$ olduğundan, $|x - 1| = x - 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (|x - 1| - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 1 - x) = -1$

Cevap: -1

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 2})$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 2}) = \infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{a} \cdot \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ eşitsizliğinden

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{1} \cdot \left| x - \frac{4}{2} \right| - \sqrt{1} \cdot \left| x + \frac{6}{2} \right| \right]$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (|x - 2| - |x + 3|)$ ve $x \rightarrow \infty$ olduğundan,

$|x - 2| = x - 2$ ve $|x + 3| = x + 3$ tür.

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 2 - x - 3) = \lim_{x \rightarrow \infty} -5 = -5$

Cevap: -5

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1 + \sqrt{4x^2 - 24x + 3})$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1 + \sqrt{4x^2 - 24x + 3}) = \infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + 1 + \sqrt{4} \cdot \left| x - \frac{24}{2 \cdot 4} \right| \right)$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1 + 2 \cdot |x - 3|)$

$x \rightarrow -\infty$ olduğundan, $|x - 3| = -x + 3$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1 + 2 \cdot (-x + 3)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1 - 2x + 6) = 1 + 6 = 7$

Cevap: 7



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 6x - 2} - \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 5} - \sqrt{4x^2 + 5x + 1})$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

soru 3

$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 3 - \sqrt{4x^2 - 16x + 1})$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

soru 4

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 18x - 1} - 3x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

soru 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 1 + \sqrt{x^2 + 24x - 1})$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 11 C) 0 D) -11 E) -13

soru 6

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x - 3} - \sqrt{x^2 + 10x + 2})$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + mx + 2} - \sqrt{x^2 + 3x + 1}) = 4$

olduğuna göre, **m** kaçtır?

- A) -5 B) -8 C) -11 D) -14 E) -17

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} + mx + n) = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, **n** kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



0.∞ Belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = 0 \cdot \infty$ belirsizliği varsa genellikle ifade $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$ veya $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}$ biçiminde yazılarak $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerine dönüştürülüp limit hesaplanır.

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) \cdot \frac{1}{x+1}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) \cdot \frac{1}{(x+1)} = \infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$(3x+1) \cdot \frac{1}{(x+1)} = \frac{3x+1}{x+1}$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) \cdot \frac{1}{(x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+1)}{x+1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(3 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \frac{3}{1} = 3$$

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2+1) \cdot \frac{1}{2x^3-3}$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2+1) \cdot \frac{1}{2x^3-3} = \infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$(x^2+1) \cdot \frac{1}{2x^3-3} = \frac{x^2+1}{2x^3-3}$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2+1) \cdot \frac{1}{2x^3-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x^3-3} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x^3-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)}{x^3 \left(2 - \frac{3}{x^3} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Cevap: 3

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \sin \frac{3}{x} \right)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{3}{x} = \infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{3}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği,}$$

$\frac{1}{x} = t$ dönüşümünden $x \rightarrow \infty$ ise $t \rightarrow 0$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{t} = 3$$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\lim_{x \rightarrow 0} (2x \cdot \cot 5x)$ limitinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow 0} 2x \cdot \cot 5x = \infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$2x \cdot \cot 5x = 2x \cdot \frac{1}{\tan 5x} = \frac{2x}{\tan 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan 5x} = \frac{2}{5}$$

Cevap: $\frac{2}{5}$



soru 1

$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1) \cdot \frac{1}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -2 C) 1 D) 2 E) ∞

soru 5

$\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t} \cdot \sin 2t \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

soru 2

$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 4) \cdot \frac{1}{4x^2 + 3}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) 4 E) ∞

soru 6

$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(t \cdot \sin \frac{5}{t} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) ∞

soru 3

$\lim_{x \rightarrow 0} (4x \cdot \cot 5x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 5 E) 20

soru 7

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{5} \cdot \sin \frac{2}{x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 10

soru 4

$\lim_{x \rightarrow 0} (2x \cdot \cot 3x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 0

soru 8

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x \cdot \tan \frac{\pi}{x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) ∞

1 – D

2 – B

3 – C

4 – B

5 – E

6 – D

7 – A

8 – D



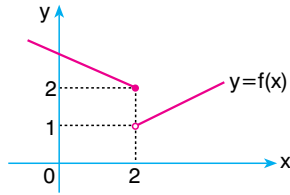
Süreklilik

$A \subset \mathbb{R}$ ve $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu verilmiş olsun; f fonksiyonunun $x=a$ noktasında sürekli olması için,

- f fonksiyonu $x=a$ da tanımlı olmalıdır yani $f(a)$ değeri olmalıdır.
- f fonksiyonu $x=a$ için limiti olmalı yani $\lim_{x \rightarrow a} f(a)$ değeri olmalıdır.
- f fonksiyonu $x=a$ noktasındaki limiti $f(a)$ değerine eşit olmalı yani $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ olmalıdır.

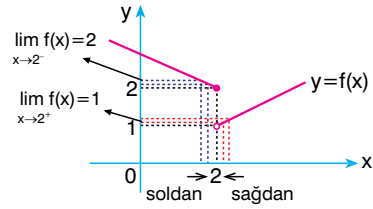
Bu üç koşulun sağlandığı durumda f fonksiyonu $x=a$ noktasında sürekli dir.

kavrama sorusu



$y=f(x)$ fonksiyonu $x=2$ de süreklidir araştırınız.

çözüm

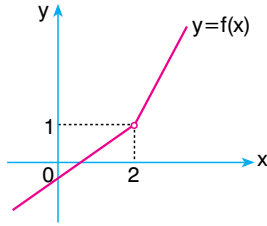


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ değeri yoktur. f fonksiyonu $x=2$ noktasında sürekl i değildir.

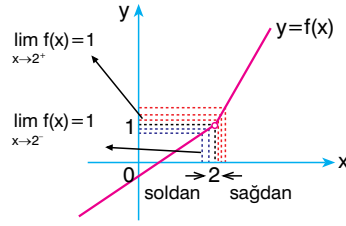
Cevap: Sürekli değil

kavrama sorusu



Yukarıda grafiğ i verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun $x=2$ de sürekl i olup olmadığını araştırınız.

çözüm

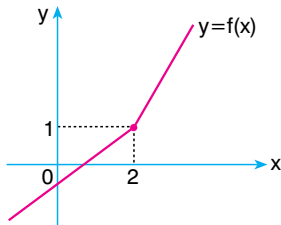


$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 \text{ dir.}$$

$x=2$ noktasında limit değeri olmasına rağmen $f(2)$ tanımsız olduğundan f fonksiyonu $x=2$ de süreksizdir.

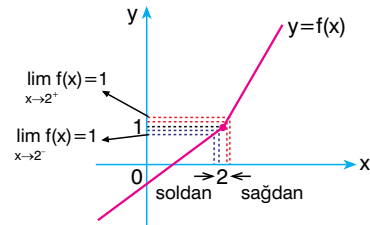
Cevap: Sürekli değil

kavrama sorusu



Yukarıda grafiğ i verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun $x=2$ de sürekl i olup olmadığını araştırınız.

çözüm



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 \text{ ve } f(2) = 1 \text{ dir.}$$

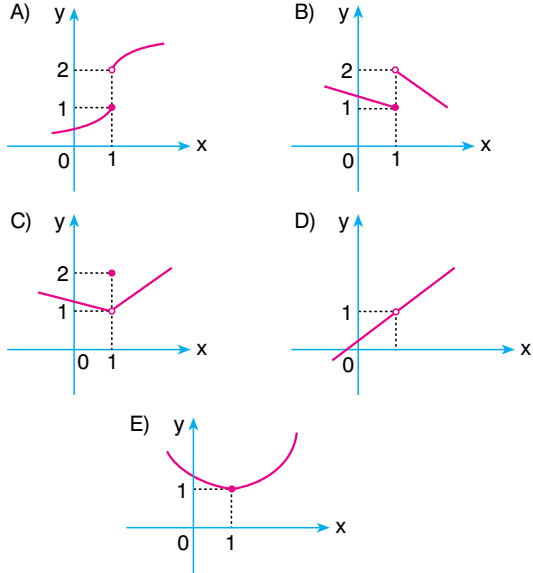
$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ olduğundan, f fonksiyonu $x=2$ noktasında sürekl i dir.

Cevap: Sürekl i dir.



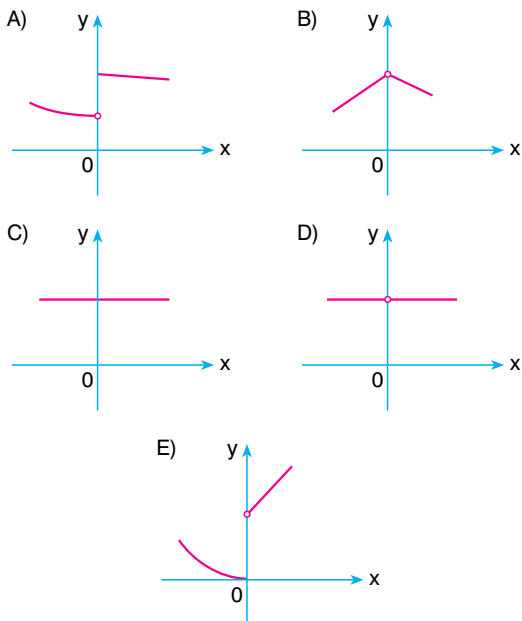
soru 1

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $x=1$ de süreklidir?



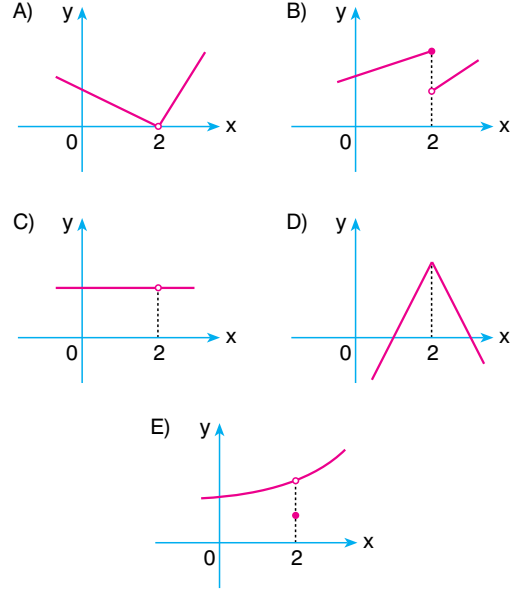
soru 2

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $x=0$ da süreklidir?



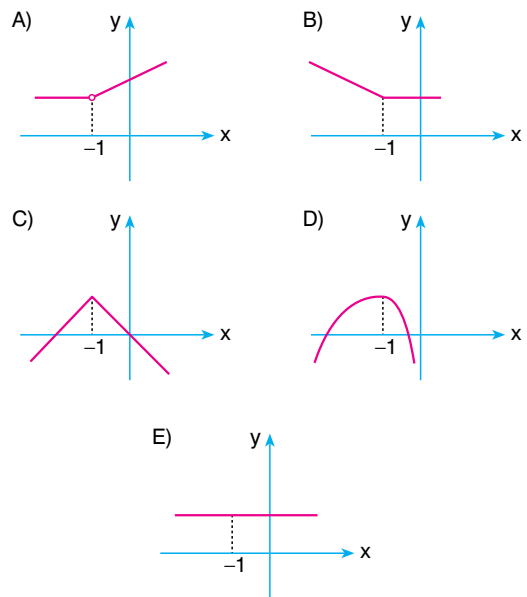
soru 3

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $x=2$ de süreklidir?



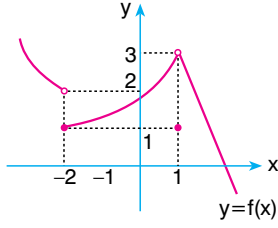
soru 4

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $x=-1$ de süreksizdir?





kavrama sorusu



Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, **f fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaları bulunuz.**

çözüm

Grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)=2$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)=1$

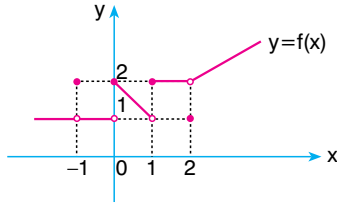
$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ yoktur ve $x=-2$ de f süreksizdir.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)=\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)=3$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)=3$

$f(2)=1 \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ olduğundan $x=1$ de f süreksizdir.

Cevap: -2 ve 1

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu -1, 0, 1, 2 apsisi noktalarının kaç tanesinde limiti olduğu halde sürekli değildir bulunuz.

çözüm

Grafiğe göre, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)=\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)=1$ ve $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)=1$ dir.

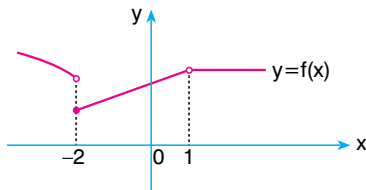
$f(-1)=2 \neq \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ olduğundan f fonksiyonu $x=-1$ de limiti olduğu halde sürekli değildir.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)=\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)=2$ ve $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)=1$ dir.

$f(2)=1 \neq \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ olduğundan f fonksiyonu $x=2$ de limiti olduğu halde sürekli değildir.

Cevap: -1 ve 2

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ yoktur.

f fonksiyonu $x=-2$ de süreksizdir.

$f(1)$ tanımlı olmadığı için f fonksiyonu $x=1$ de sürekli değildir.

f fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık $R - \{-2, 1\}$

Cevap: $R - \{-2, 1\}$

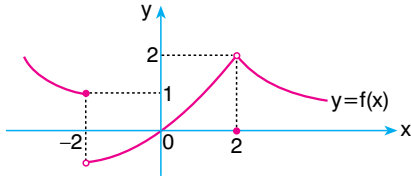


Uyarı

Grafiklerde görüldüğü gibi fonksiyonun sürekli olduğu noktalarda grafikte herhangi bir kesinti yada sıçrama yoktur. Elimizi kaldırmadan çizebildiğimiz yerlerde fonksiyon sürekli dir.



soru 1

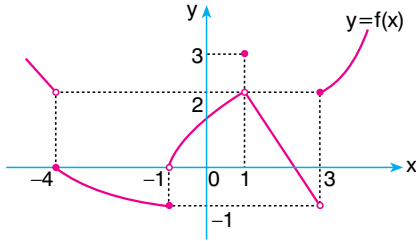


Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ in limitinin olup, sürekli olmadığı noktanın apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 2

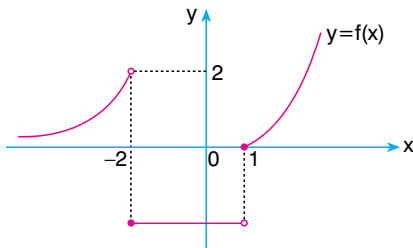


Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ in süreksiz olduğu x değerleri toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 3

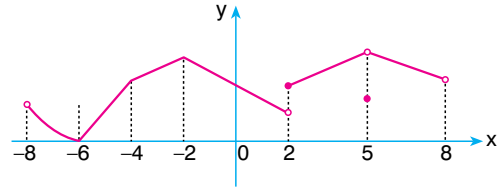


Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ in sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 1\}$ B) \emptyset C) \mathbb{R}^+ D) $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$ E) \mathbb{R}

soru 4

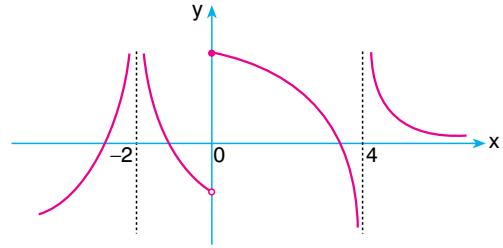


Yukarıda $(-8, 8)$ aralığında tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y=f(x)$ in süreksiz olduğu x değerleri kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-6, 2, 5\}$ B) $\{-6, -4, -2\}$ C) $\{2, 5\}$
D) $\{-4, 2, 5\}$ E) $\{-4, 0, 2, 5\}$

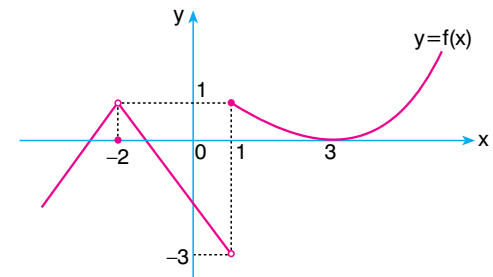
soru 5



Yukarıda grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu x değerleri kaç tanedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6



Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f(x)$, $x=3$ de süreklidir. B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$
C) $f(x)$, $x=1$ de süreklidir. D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
E) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$



Parçalı fonksiyonlarda kritik noktalar fonksiyonun süreksiz olabileceği noktalar olduğundan kritik noktalarda süreklilik incelemesi yapılmalıdır.

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} 3x & , x > 1 \\ 3 & , x = 1 \\ x+3 & , x < 1 \end{cases}$$

f(x) fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

$x=1$, f fonksiyonu için kritik noktadır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = 3 \cdot 1 = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} x+3 = 1+3 = 4 \quad \text{ve} \quad f(1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{olduğundan} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ yoktur.}$$

$x=1$ için f(x) süreksizdir. f fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık $\mathbb{R} - \{1\}$

Cevap: $\mathbb{R} - \{1\}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-3}, & x > 1 \\ 2x+1, & x \leq 1 \end{cases}$$

f(x) fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaları bulunuz.

çözüm

$x > 1$ için $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ ve $x=3$ f in paydasını sıfır yaptığı için tanımsız olduğundan f fonksiyonu $x=3$ de süreksizdir.

$x=1$, f fonksiyonu için kritik noktadır.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-3} = \frac{2}{-2} = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x+1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \quad \text{ve} \quad f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{olduğundan} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ yoktur.}$$

$x=1$ için f(x) süreksizdir.

Cevap: $x=1$ ve $x=3$

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \geq 3 \\ 2x-2, & x < 3 \end{cases}$$

f(x) fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

$x \geq 3$ için $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ve $f(2)$ tanımsızdır ancak $x \geq 3$ için $\frac{x+1}{x-2}$ ifadesi alındığından $x, 2$ değerini alamayacaktır.

$x=3$, f fonksiyonu için kritik noktadır.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-2} = \frac{3+1}{3-2} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x-2 = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

$$f(3) = \frac{3+1}{3-2} = 4$$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3)$ olduğundan, $x=3$ için f fonksiyonu süreklidir. f fonksiyonu tüm reel sayılar için süreklidir.

Cevap: \mathbb{R}

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} ax+6, & x > 2 \\ 4, & x = 2 \\ bx-a, & x < 2 \end{cases}$$

f(x) fonksiyonu $x=2$ de sürekli olduğuna göre, b kaçtır, bulunuz.

çözüm

f(x), $x=2$ için sürekli ise

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \text{ olmalıdır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} ax+6 = 2a+6, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} bx-a = 2b-a, \quad f(2) = 4$$

$$2a+6=4 \text{ ise } a=-1$$

$$2b+1=4 \text{ ise } b=\frac{3}{2}$$

Cevap: $\frac{3}{2}$



soru 1

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 0 \\ 3x-1, & x \leq 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) 0 E) 1

soru 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{3x}{x-2}, & x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x < 3 \\ x+1, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

soru 4

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2-9}, & x \geq 2 \\ \frac{3}{x^2-1}, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değerleri kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3, -1, 1, 3\}$ B) $\{-1, 3\}$ C) $\{-1, 1, 3\}$
D) $\{-3, -1, 1\}$ E) $\{-1, 1, 2, 3\}$

soru 5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{x+5}, & x \geq 2 \\ \frac{x^2}{x^2+3x+2}, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değerleri kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, -2, -1\}$ B) $\{-5, -2, -1, 2\}$ C) $\{-2, -1\}$
D) $\{-2, -1, 2\}$ E) $\{-5, -1, -2\}$

soru 6

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, & x > 1 \\ 3, & x = 1 \\ 2ax-b, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 7

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & x > 0 \\ k, & x \leq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 8

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x > 1 \\ kx+3, & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1



Parçalı fonksiyon dışında, fonksiyonlar tanımlı oldukları kümede süreklidir. Örneğin, polinom fonksiyonlar tüm reel sayılar için, rasyonel fonksiyonlar ise paydayı sıfır yapan değerler haricinde tanımlıdır.

kavrama sorusu

$$f(x) = x^2 + 3$$

fonksiyonun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

Polinom fonksiyonlar tüm gerçel sayılar için tanımlı ve süreklidir. Dolayısıyla cevap R

Cevap: R

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değerlerini bulunuz.

çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun tanımsız olduğu değerler, paydayı sıfır yapan değerlerdir.

$$x^2 - 4 = 0 \text{ denkleminde } x = 2 \text{ ve } x = -2$$

Süreksiz olduğu noktalarıdır.

Cevap: $\{-2, 2\}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 + mx + 4}$$

fonksiyonunun tüm reel sayılarda sürekli olduğuna göre m nin alabileceği değerler kümesini bulunuz.

çözüm

Rasyonel bir fonksiyonun paydasını sıfır yapan değerler fonksiyonu süreksiz yapan değerlerdir. Tüm reel sayılar için sürekli olduğuna göre $x^2 + mx + 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Bu nedenle $\Delta < 0$ yani $\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0 \Rightarrow m^2 - 16 < 0$ olmalıdır.

m	-4	4
$m^2 - 16$	+	-

Cevap: $(-4, 4)$



Hatırlatma

$\sqrt[n]{g(x)}$ fonksiyonu

- n çift iken $g(x) \geq 0$ için tanımlıdır.
- n tek iken $g(x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu noktalarda tanımlıdır.

kavrama sorusu

$$f(x) = \sqrt{16 - x^2}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu değerler $16 - x^2 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesidir. $16 - x^2 = (4 - x)(4 + x) \geq 0$

x	-4	4
$16 - x^2$	-	+

Cevap: $[-4, 4]$



soru 1

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

fonksiyonunu sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $[-1, 1]$ C) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ D) $\mathbb{R} - \{1\}$ E) \mathbb{R}

soru 2

$$f(x) = x^2 + 2 + \frac{1}{x}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 3

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 6x + 8}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 4\}$ B) \mathbb{R} C) $[2, 4]$ D) $\mathbb{R} - \{2, 4\}$ E) $\mathbb{R} - [2, 4]$

soru 4

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 25}$$

fonksiyonunu süreksiz yapan x değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 5\}$ B) $\{5\}$ C) $\{-5, 5\}$ D) $\{1, 5\}$ E) $\{-1\}$

soru 5

$$f(x) = \frac{x^2 + 9}{mx^2 - 4x + 2}$$

fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisini olabilir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

soru 6

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2 + mx + 4}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{2\}$ olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

soru 7

$$f(x) = \sqrt[3]{x-3}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) $(3, \infty)$ C) $[3, \infty)$ D) $(-\infty, 3)$ E) $(-\infty, 3]$

soru 8

$$f(x) = \sqrt{x-3}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) $(3, \infty)$ C) $[3, \infty)$ D) $(-\infty, 3)$ E) $(-\infty, 3]$



kavrama sorusu

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-3}}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

Kök derecesi tek sayı olduğundan sadece rasyonel fonksiyonun paydasını sıfır yapan değerler fonksiyonu süreksiz yapan değerlerdir.

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ süreksiz olduğu noktadır.}$$

Cevap: $R - \{3\}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \sqrt{3-|x|}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu değerler $3-|x| \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesidir.

$$3-|x| \geq 0$$

$$3 \geq |x|$$

$$3 \geq x \geq -3$$

Cevap: $[-3,3]$



Hatırlatma

$f(x) = \log_{g(x)} h(x)$ fonksiyonu $h(x) > 0$, $g(x) > 0$ ve $g(x) \neq 1$ için tanımlıdır.

kavrama sorusu

$$f(x) = \log_x (20-x)$$

fonksiyonun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

Logaritma fonksiyonun tanımlı olduğu değerler $20-x > 0$, $x > 0$ ve $x \neq 1$ koşulunu sağlayan sayılardır.

Cevap: $(0,20) - \{1\}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \log_2 \left(\frac{x+20}{10-x} \right)$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

çözüm

Taban 2 olduğu için, $\frac{x+20}{10-x} > 0$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri için $f(x)$ süreklidir.

x	$-\infty$	-20	10	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Cevap: $(-20,10)$



soru 1

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{10-x}}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 10)$ B) $[-3, 10]$ C) $(-3, 10)$ D) $[-3, 10)$ E) $(10, \infty)$

soru 2

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{x+1}{81-x^4}}$$

fonksiyonunu süreksiz yapan x reel sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 3

$$f(x) = \sqrt{|x| - 3}$$

fonksiyonunu süreksiz yapan x tamsayıları kaç tanedir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 4

$$f(x) = \sqrt[5]{4 - |x+3|}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-7, 1]$ B) $[4, \infty)$ C) $(-\infty, 1]$ D) $(-\infty, -7]$ E) R

soru 5

$$f(x) = \sqrt{4 - |x+2|}$$

fonksiyonunu sürekli yapan x tam sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

soru 6

$$f(x) = \log_3(4 - x^2)$$

fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(0, 2)$ C) $(-2, 2)$ D) $(-2, \infty)$ E) $(2, \infty)$

soru 7

$$f(x) = \log_x(64 - x^3)$$

fonksiyonunu sürekli yapan x tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

soru 8

$$f(x) = \log(x-4) + \sqrt[6]{10-x}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4, 10]$ B) $(4, 10)$ C) $(4, \infty)$ D) $[10, \infty)$ E) $(4, \infty)$